EXAMEN PRIMER CUATRIMESTRE: MECÁNICA. 27/Enero/2006

APELLIDOS ....

NOMBRE .... DNI ....

EJERCICIO 4. *Duración estimada:* 25 minutos. *Valor:* 1,5 puntos.

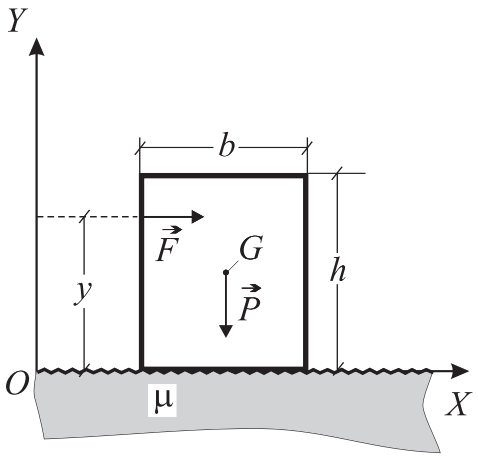
ESTÁTICA DEL SÓLIDO RÍGIDO.

Una placa homogénea y rectangular, de peso P, anchura b y altura h, está obligada a permanecer en un plano vertical (plano OXY) y se apoya sobre una recta horizontal (eje OX) mediante un contacto rugoso de coeficiente de rozamiento estático μ. Se pide:

a) Determinar la fuerza horizontal mínima que habría que aplicar a la placa para provocar su deslizamiento.

b) Determinar la fuerza horizontal mínima que habría que aplicar sobre la placa para provocar su vuelco (en función de la coordenada "y" del punto de aplicación de la fuerza).

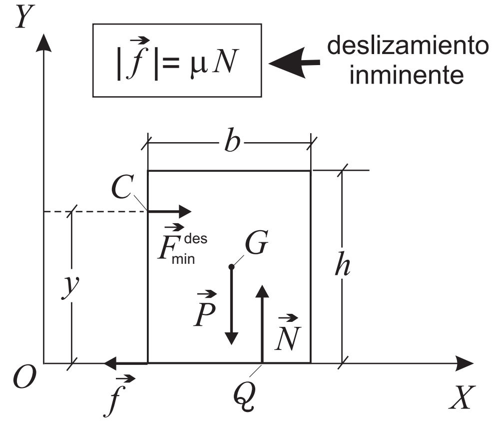
c) ¿Qué condición debe verificar la altura h de la placa para que el vuelco de ésta sea imposible como consecuencia de que se produzca antes el deslizamiento en todos los casos?



Solución-Apartado (a)

Cálculo de la fuerza horizontal mínima capaz de provocar el deslizamiento. (*Valor máximo :* 0,5 puntos)

La fuerza horizontal mínima capaz de provocar el deslizamiento de la placa (llamaremos $F_{\text{min}}^{\text{des}}$ a su módulo) corresponde a la situación de *equilibrio mecánico con deslizamiento inminente*.



Se desvincula la placa introduciendo la fuerza de rozamiento $\vec{f}$ (fuerza tangencial al contacto que se opone al deslizamiento) y la reducción canónica de la distribución de reacciones normales que ejerce el eje OX sobre la placa (resultante $\vec{N}$ aplicada en algún punto Q de la base de contacto).

Aplicando la primera condición de equilibrio mecánico de la placa (resultante nula de las fuerzas externas que actúan sobre ella), y proyectando la ecuación vectorial obtenida sobre las direcciones de los ejes OX y OY, respectivamente, se llega a:

$$\vec{F}_{\text{min}}^{\text{des}} + \vec{P} + \vec{f} + \vec{N} = \vec{0} \implies \begin{cases} F_{\text{min}}^{\text{des}} - f = 0 & \Rightarrow \quad F_{\text{min}}^{\text{des}} = f \\ N - P = 0 & \Rightarrow \quad N = P \end{cases}$$

Exigiendo, además, la *condición de deslizamiento inminente* ($f = \mu\, N$), se concluye que:

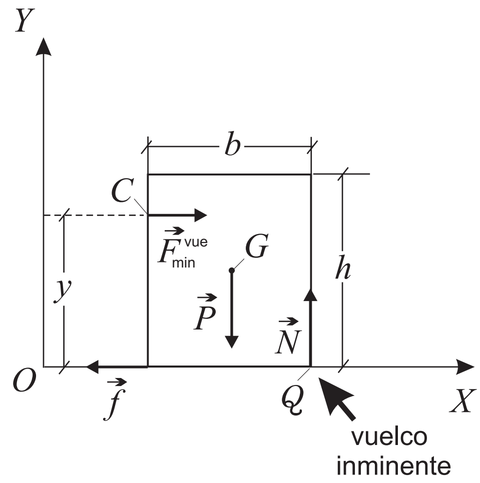
$$\boxed{F_{\text{min}}^{\text{des}}} = f = \mu\, N = \boxed{\mu\, P}$$

Solución-Apartado (b)

Cálculo de la fuerza horizontal mínima capaz de provocar el vuelco. (*Valor máximo :* 0,5 puntos)

La fuerza horizontal mínima capaz de provocar el vuelco de la placa (llamaremos $F_{\text{min}}^{\text{vue}}$ a su módulo) corresponde a la situación de *equilibrio mecánico con vuelco inminente*.

Se desvincula la placa con procedimiento análogo al utilizado en el apartado anterior, si bien en este caso el punto de aplicación Q de la resultante $\vec{N}$ de la distribución de reacciones normales debe situarse en el borde de la base de contacto (por ser el vuelco inminente).



Aplicando la segunda condición de equilibrio mecánico de la placa (momento resultante nulo de las fuerzas externas que actúan sobre ella) en el punto Q, y proyectando la ecuación vectorial obtenida sobre la dirección perpendicular a los ejes OX y OY, se llega a:

$$\overrightarrow{QC} \wedge \vec{F}_{\text{min}}^{\text{vue}} + \overrightarrow{QG} \wedge \vec{P} = \vec{0} \implies -y\, F_{\text{min}}^{\text{vue}} + (x_Q - x_G)P = 0$$

Exigiendo, además, la *condición de vuelco inminente* ($x_Q - x_G = b/2$), se concluye que:

$$\boxed{F_{\text{min}}^{\text{vue}} = \frac{bP}{2y}}$$

Solución-Apartado (c)

Condición sobre la altura de la placa para que el deslizamiento evite siempre el vuelco. (*Valor máximo :* 0,5 puntos)

El aumento progresivo de la fuerza horizontal F aplicada sobre la placa terminará siempre por romper el equilibrio mecánico de la misma, pero esta ruptura del equilibrio puede venir dada, según los casos, por su deslizamiento, por su vuelco, o por ambos fenómenos simultáneamente.

Para poder asegurar que la ruptura del equilibrio se producirá siempre por deslizamiento y no por vuelco, basta exigir que la fuerza mínima capaz de provocar el deslizamiento sea inferior en cualquier caso a la fuerza mínima capaz de provocar el vuelco, es decir:

$$F_{\text{min}}^{\text{des}} < F_{\text{min}}^{\text{vue}}$$

que, teniendo en cuenta los resultados obtenidos en los apartados (a) y (b), se traduce en:

$$\mu P < \frac{bP}{2y} \quad (\forall y)$$

Finalmente, dado que $y \leq h$ ($\forall y$), la situación que se pretende quedará garantizada si se exige:

$$\mu P < \frac{bP}{2h} \implies \boxed{h < \frac{b}{2\mu}}$$