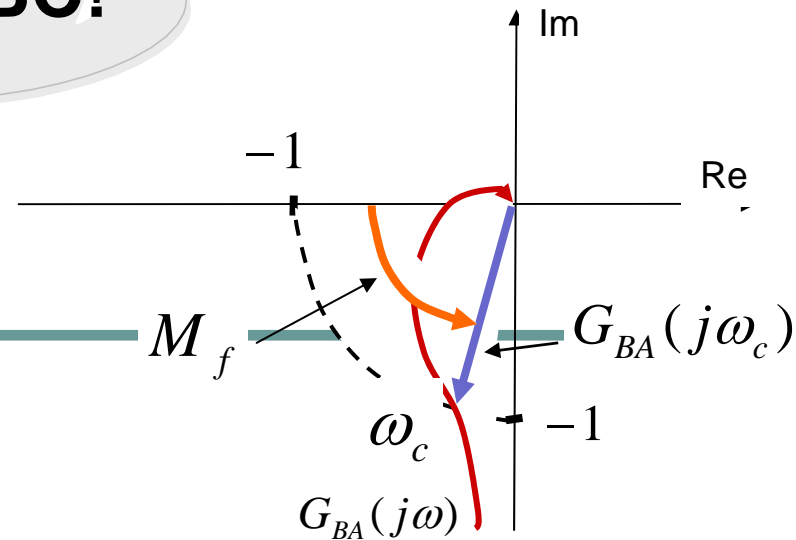


Tema 6 (3): Márgenes de estabilidad relativa

¡BA \Rightarrow BC!



Introducción

- **Criterio de Nyquist:**
 - Estabilidad en bucle cerrado a partir de propiedades de bucle abierto.
 - Basado en modelo de $G(s)$ o en datos de la respuesta frecuencial experimental.
 - Aplicable a sistemas con retardos.
 - Criterio gráfico:
 - Proporciona medida de la lejanía de la inestabilidad.
 - Incertidumbres: dos sistemas son parecidos si sus respuestas frecuenciales son parecidas.

Criterio de Nyquist

- **Enunciado:**

Un sistema en **BUCLE CERRADO** es **estable**

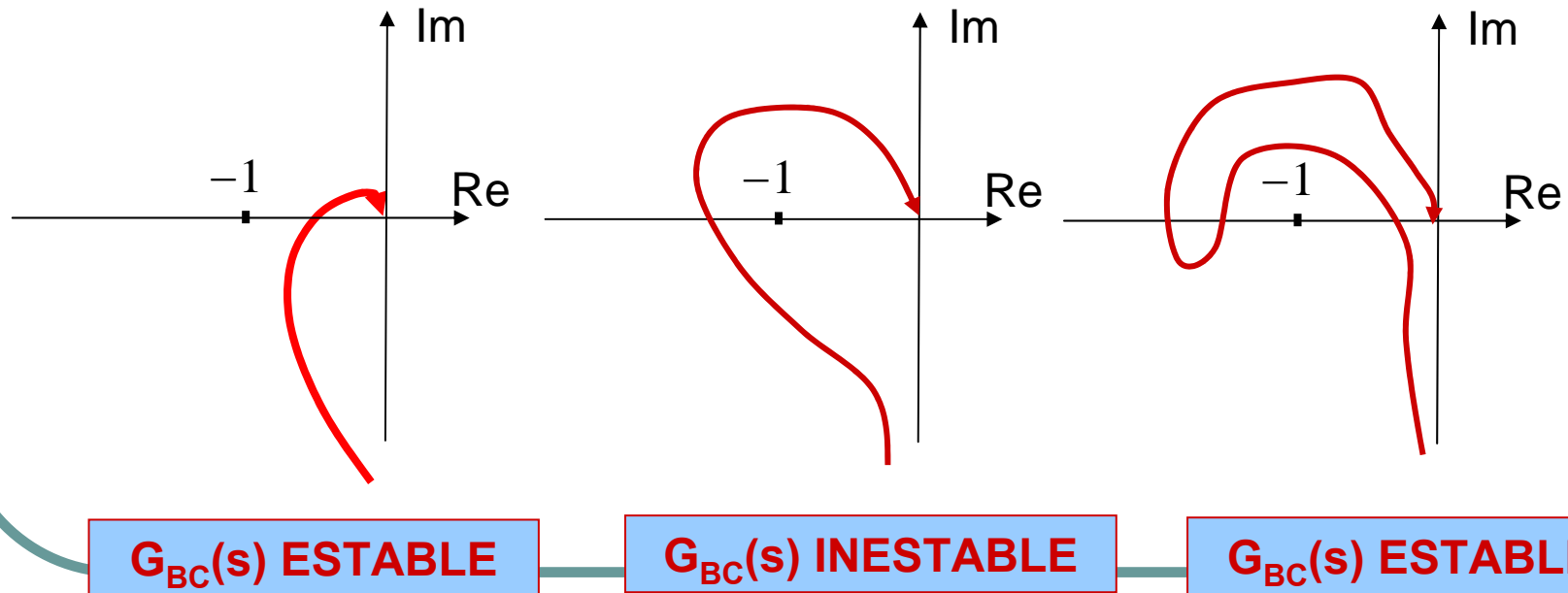


la imagen de $G_{BA}(s)$ sobre el contorno de Nyquist rodea al **-1** en sentido **antihorario** tantas veces como **polos de $G_{BA}(s)$** haya en el **SPD abierto**.

Criterio de Nyquist reducido

- **Enunciado:**

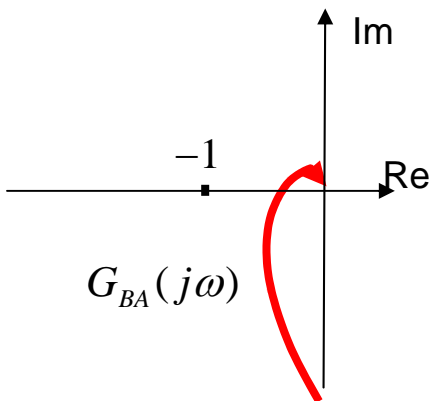
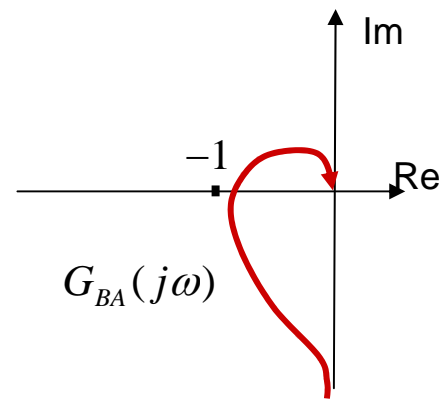
Si $G_{BA}(s)$ no tiene polos en el SPD abierto, $G_{BC}(s)$ es estable si y sólo si el Nyquist de $G_{BA}(s)$ no engloba al **-1**



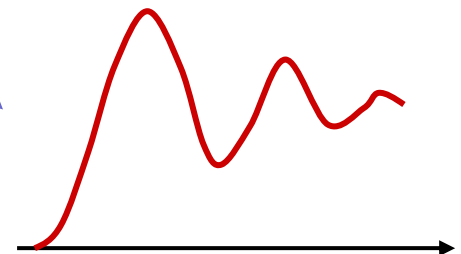
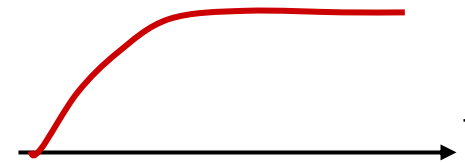
Criterio de Nyquist reducido

- Idea intuitiva:**

$G_{BC}(s)$ ESTABLE



RESPUESTAS EN B.C.



Márgenes de estabilidad relativa

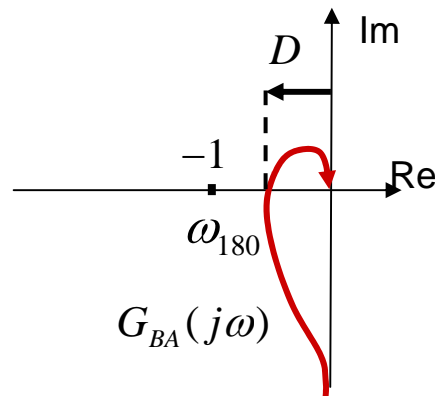
- **Permiten medir la proximidad de la inestabilidad.**
- **Necesarios por estabilidad frente incertidumbre y por comportamiento.**
- **En este curso:**
 - **Margen de ganancia**
 - **Margen de fase**
- Existen otras posibilidades (cursos de especialización).

Se miden en $G_{BA}(s)$, pero dan información de la estabilidad de $G_{BC}(s)$

Márgen de ganancia (M_G)

- **Definición:**

Variación relativa de la **ganancia** del sistema en bucle abierto para el sistema en bucle cerrado alcance el límite de la estabilidad



$$M_g = \frac{1}{D}$$

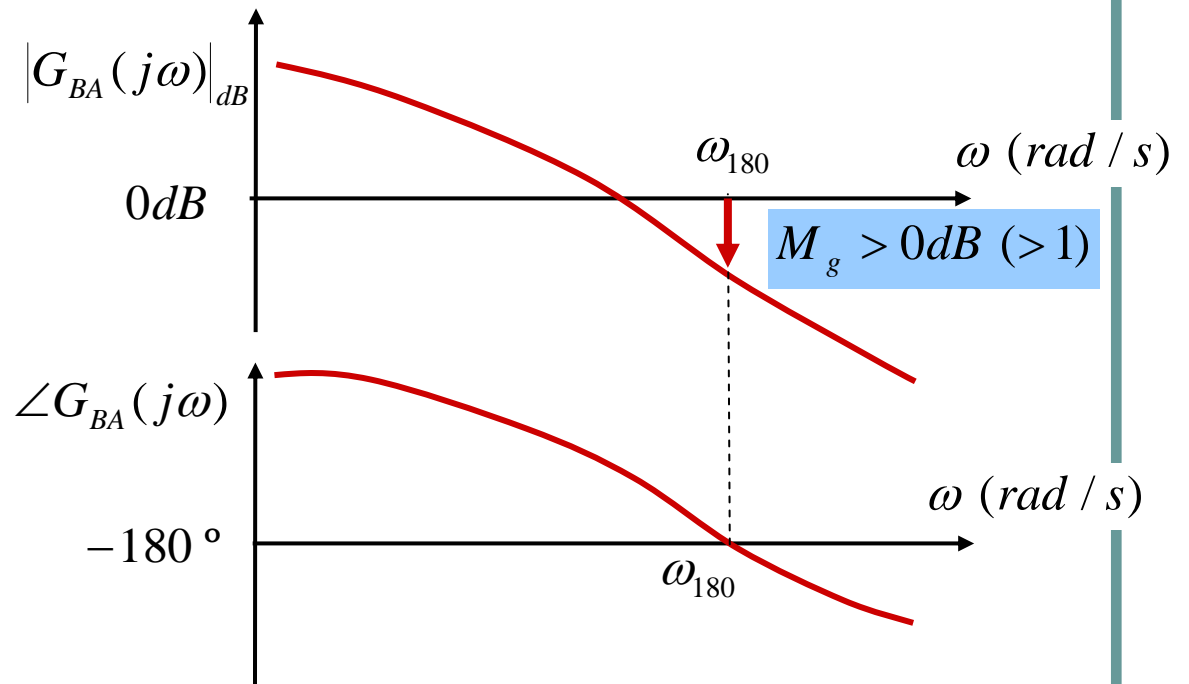
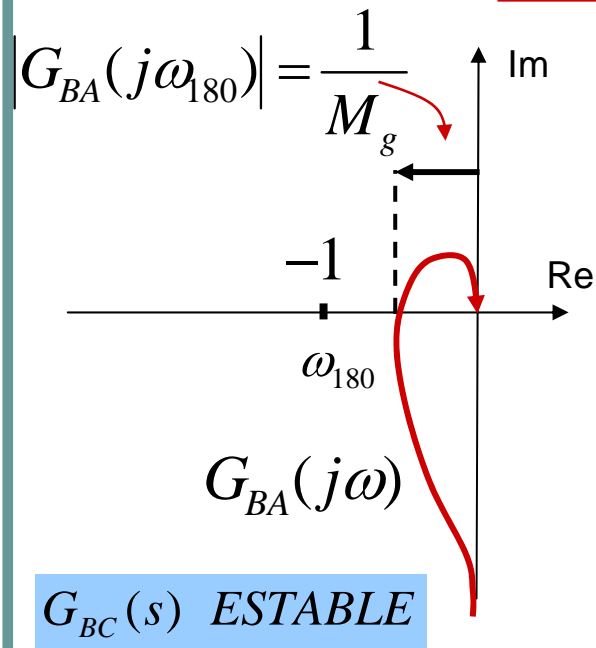
$$D = |G_{BA}(j\omega_{180})| \text{ donde } \omega_{180} \text{ t.q. } \angle G_{BA}(j\omega_{180}) = -180^\circ$$

Basado en Criterio de Nyquist reducido: válido sólo si $G_{BA}(s)$ no tiene polos en el SPD abierto.

Márgen de ganancia (M_g)

- Definición:**

$$M_g = \frac{1}{|G_{BA}(j\omega_{180})|} \text{ donde } \omega_{180} \text{ t.q. } \angle G_{BA}(j\omega_{180}) = -180^\circ$$

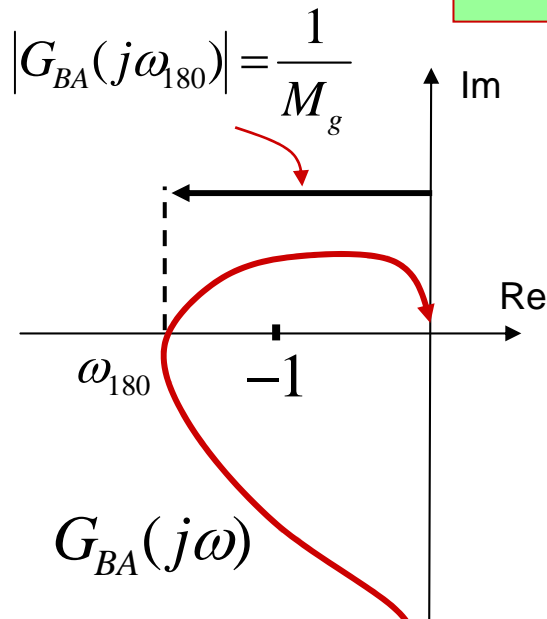


$$G_{BC}(s) \text{ ESTABLE} \Leftrightarrow M_g > 1 \text{ (0 dB)}$$

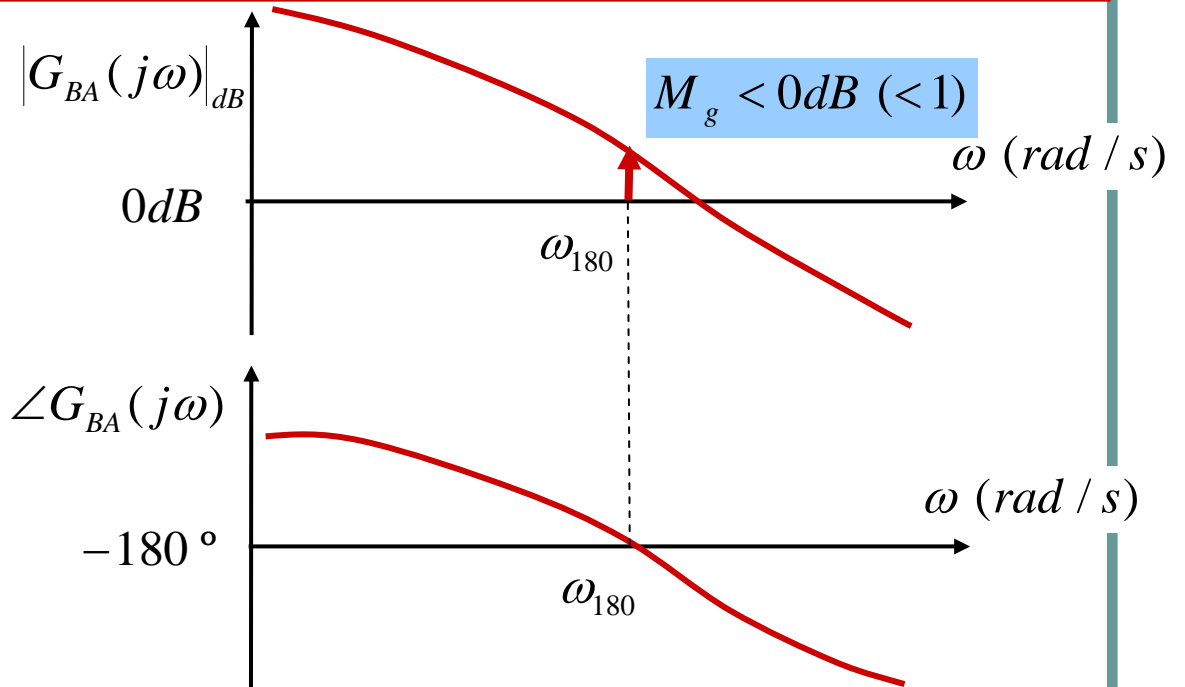
Márgen de ganancia (M_g)

● **Definición:**

$$M_g = \frac{1}{|G_{BA}(j\omega_{180})|} \text{ donde } \omega_{180} \text{ t.q. } \angle G_{BA}(j\omega_{180}) = -180^\circ$$



$G_{BC}(s)$ INESTABLE

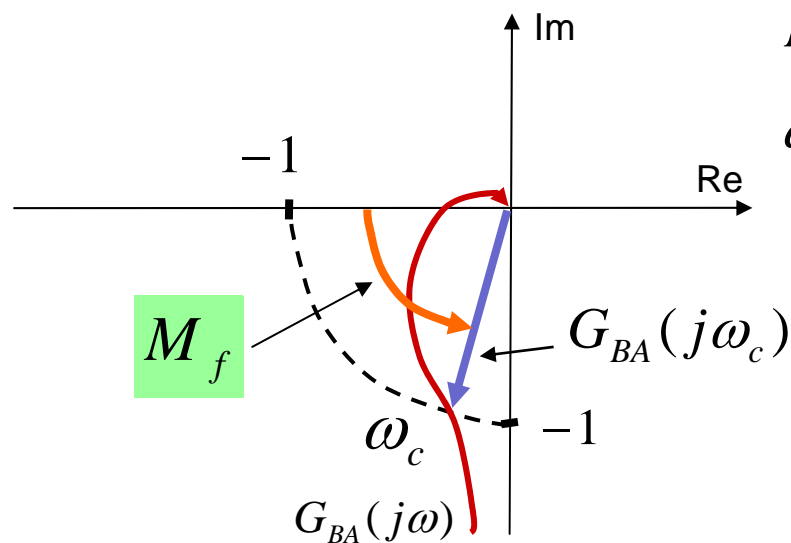


$G_{BC}(s)$ ESTABLE $\Leftrightarrow M_g > 1$ (0 dB)

Márgen de fase (M_f)

- **Definición:**

Variación relativa de la **fase** del sistema en bucle abierto para el sistema en bucle cerrado alcance el límite de la estabilidad



$$M_f = 180^\circ + \angle G_{BA}(j\omega_c)$$

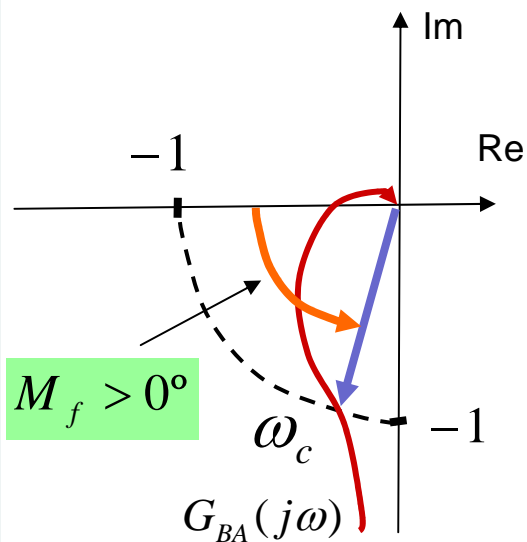
$$\text{donde } \omega_c \text{ t.q. } |G_{BA}(j\omega_c)| = 1$$

Basado en Criterio de Nyquist reducido: válido sólo si $G_{BA}(s)$ no tiene polos en el SPD abierto.

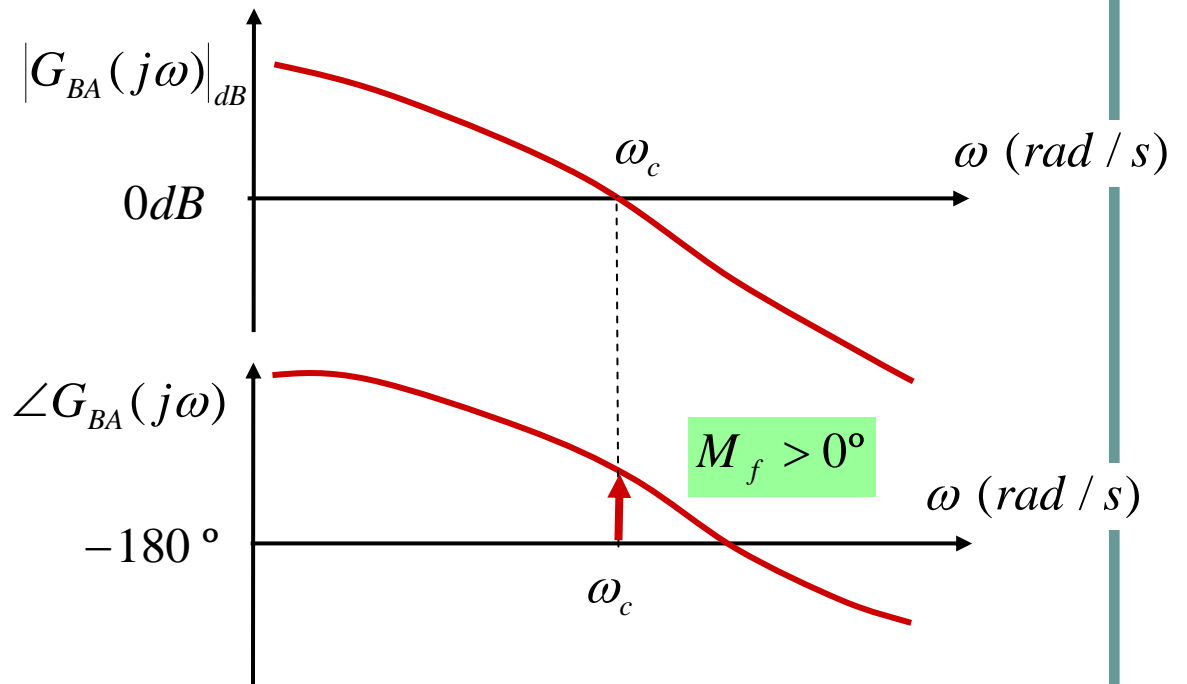
Márgen de fase (M_f)

- Definición:**

$$M_f = 180^\circ + \angle G_{BA}(j\omega_c) \text{ donde } \omega_c \text{ t.q. } |G_{BA}(j\omega_c)| = 1$$



$G_{BC}(s)$ ESTABLE



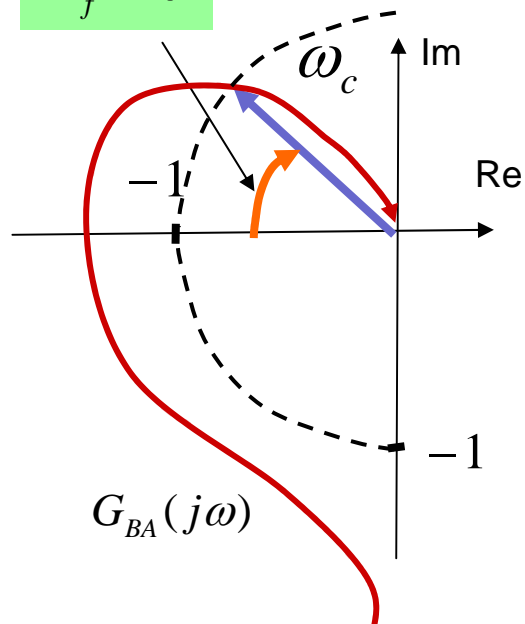
$$G_{BC}(s) \text{ ESTABLE} \Leftrightarrow M_f > 0^\circ$$

Márgen de fase (M_f)

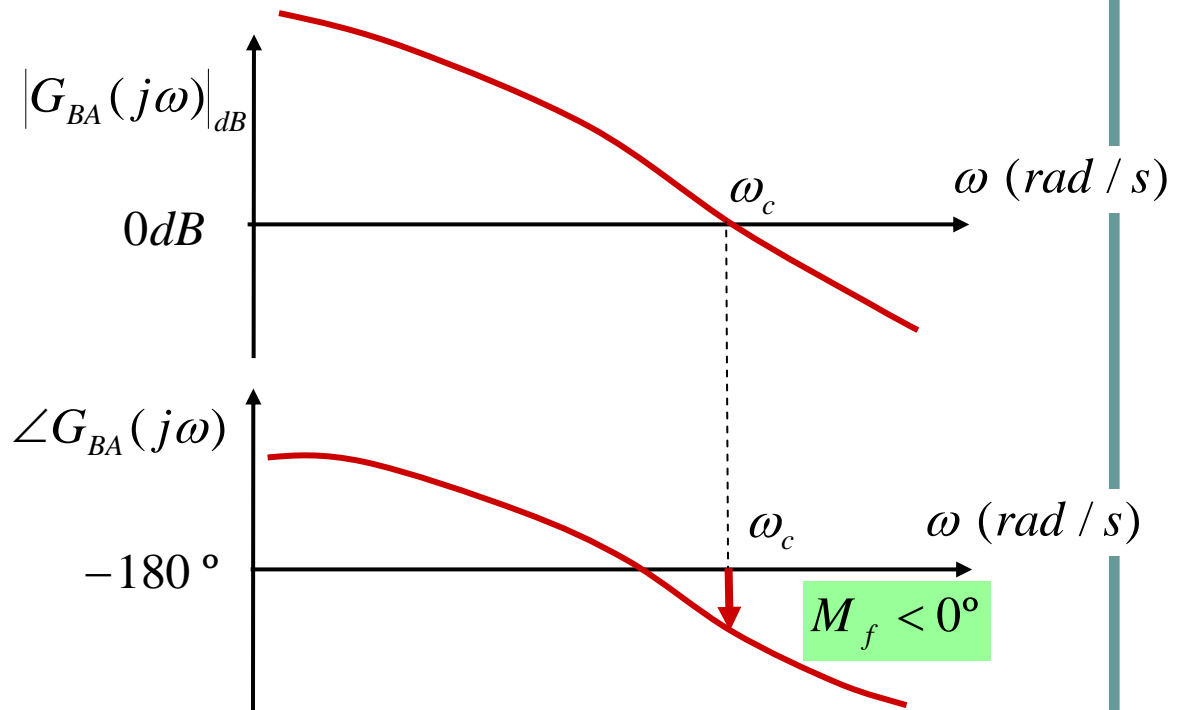
- Definición:**

$$M_f = 180^\circ + \angle G_{BA}(j\omega_c) \text{ donde } \omega_c \text{ t.q. } |G_{BA}(j\omega_c)| = 1$$

$$M_f < 0^\circ$$



$G_{BC}(s)$ INESTABLE

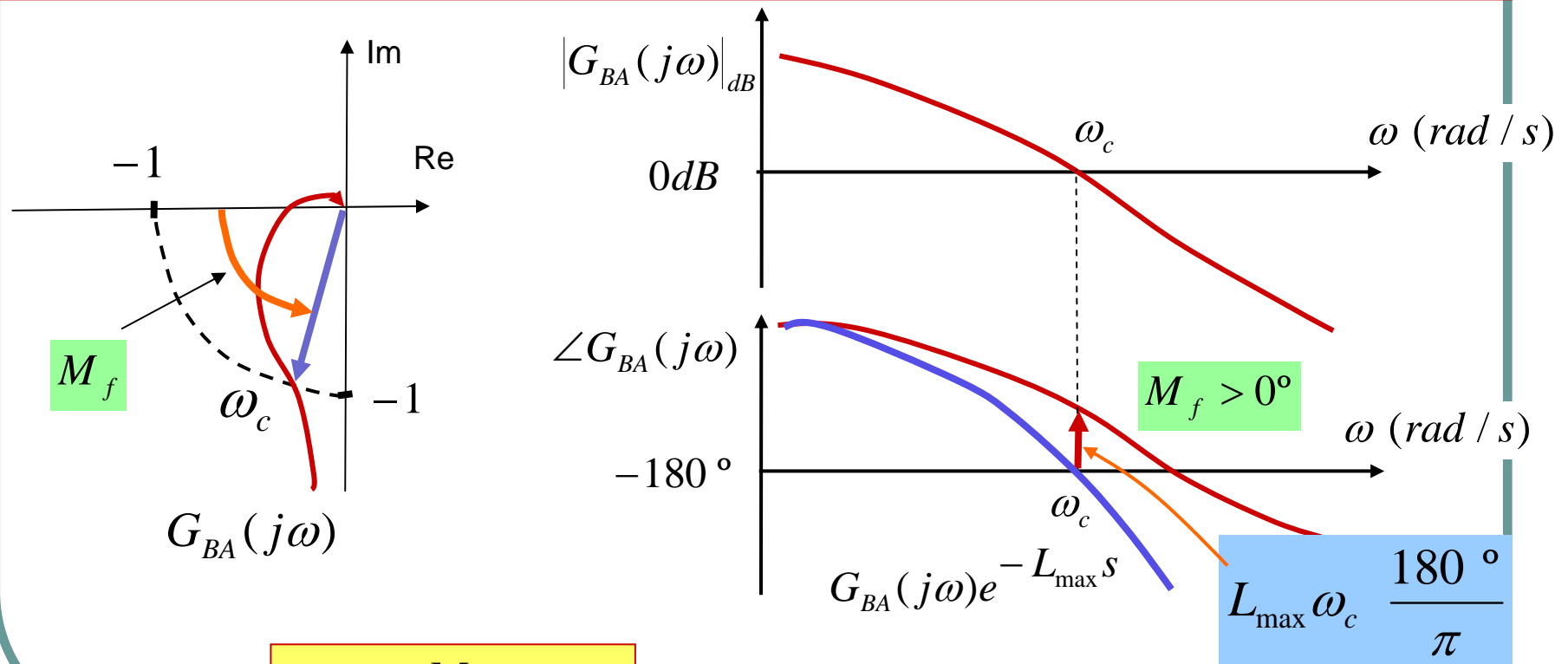


$$M_f < 0^\circ$$

$$G_{BC}(s) \text{ ESTABLE} \Leftrightarrow M_f > 0^\circ$$

Márgen de fase (M_f)

¿Cuál es el máximo retardo L_{\max} que se puede introducir a un sistema en b.a. antes de que el b.c. se inestabilice?



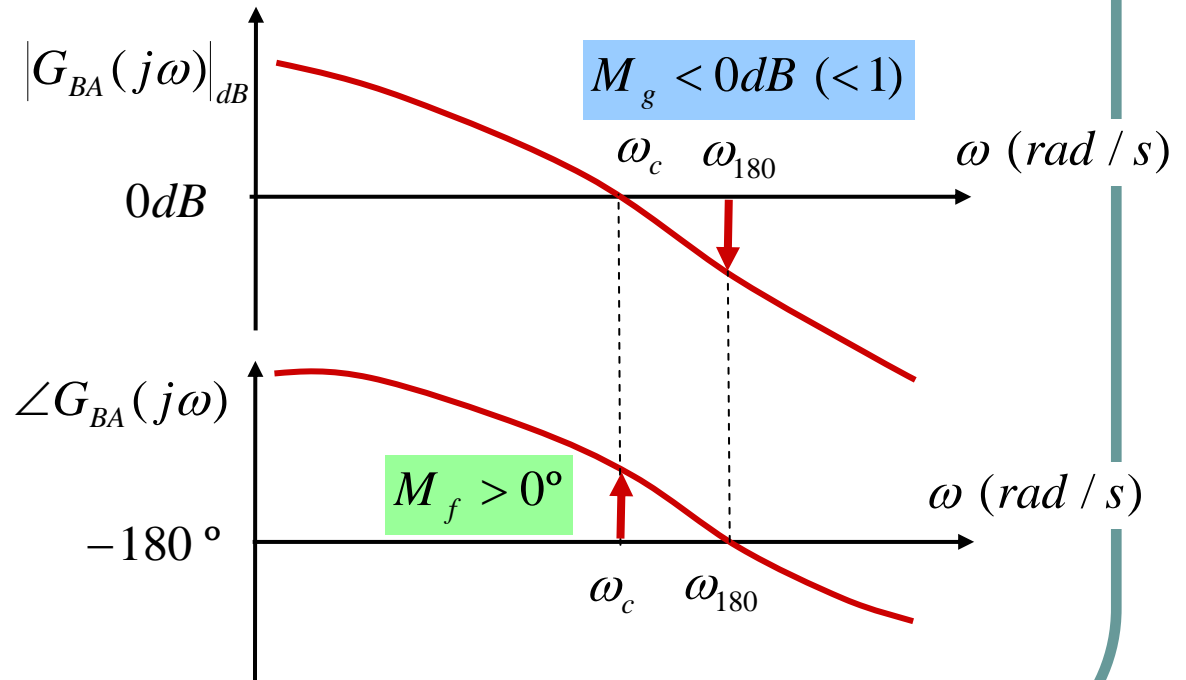
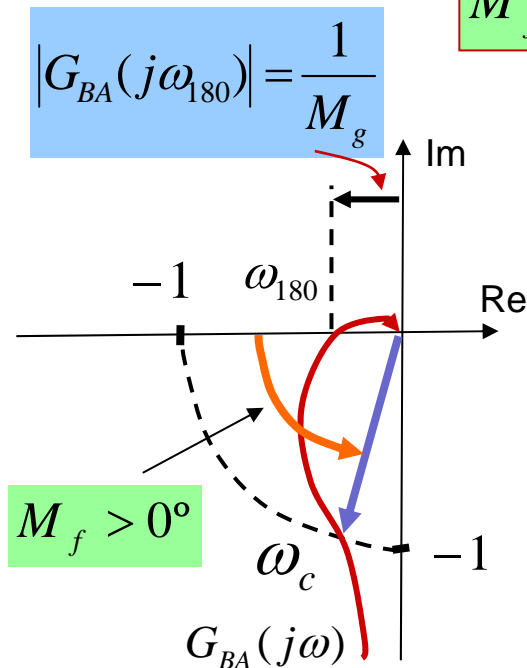
$$L_{\max} = \frac{M_f}{\omega_c} \frac{180^\circ}{\pi}$$

Márgenes de ganancia y de fase

- Definición:**

$$M_g = \frac{1}{|G_{BA}(j\omega_{180})|} \text{ donde } \omega_{180} \text{ t.q. } \angle G_{BA}(j\omega_{180}) = -180^\circ$$

$$M_f = 180^\circ + \angle G_{BA}(j\omega_c) \text{ donde } \omega_c \text{ t.q. } |G_{BA}(j\omega_c)| = 1$$



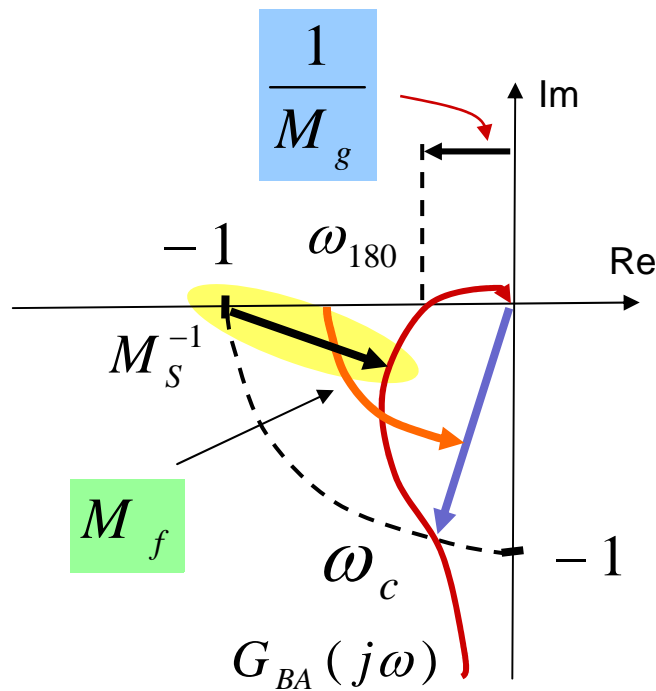
$G_{BC}(s)$ ESTABLE $\Leftrightarrow M_f > 0^\circ$ y/o $M_g > 1$ (0dB)

Márgenes de ganancia y de fase

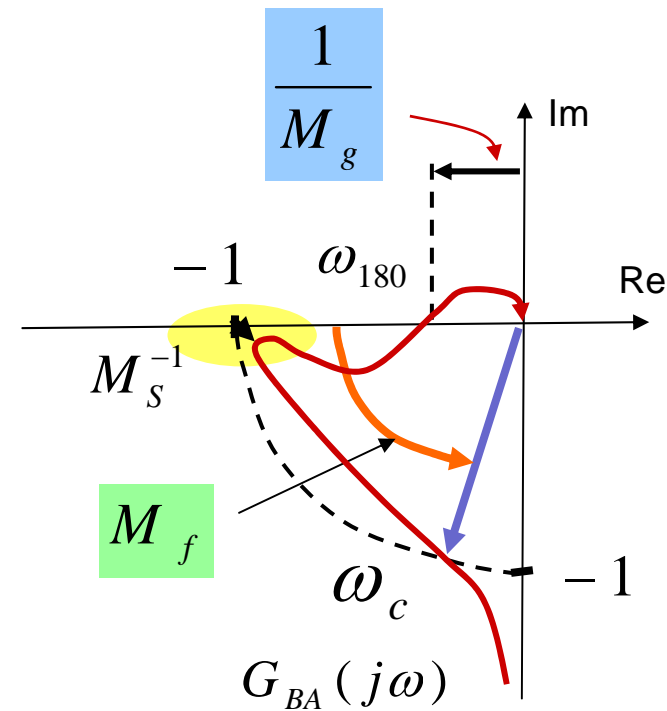
- **Valores orientativos:**
 - **$M_f > 30^\circ$** (por robustez $M_f > 50^\circ$)
 - **$M_g > 2$**
- **No son equivalentes numéricamente:**
 - **Ejemplos:**
 - **Sistema de primer orden: $M_g = \infty$, $M_f > 90^\circ$**
 - **Sistema de segundo orden: $M_g = \infty$, $M_f > 0^\circ$**

Márgenes de ganancia y de fase

- No siempre son buena medida de robustez:



MUY ROBUSTO

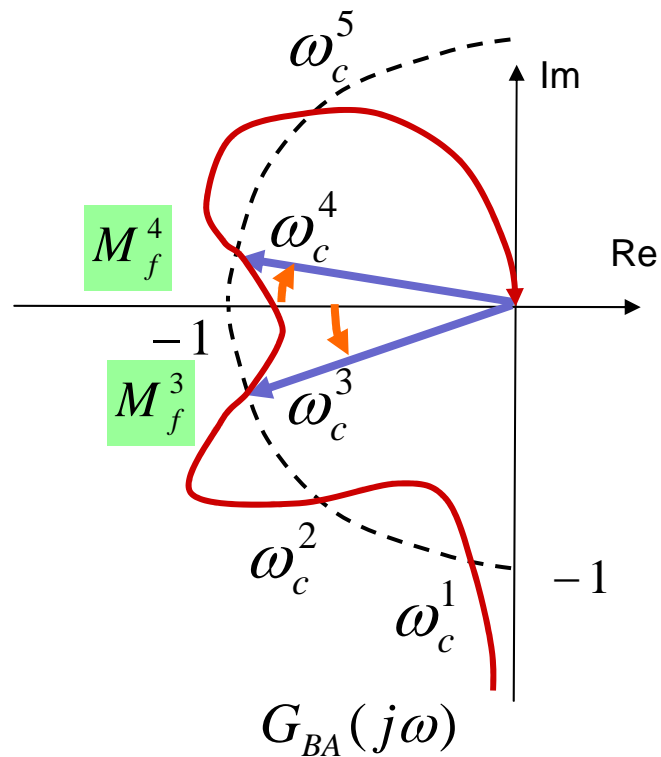


POCO ROBUSTO

Márgenes de ganancia y de fase

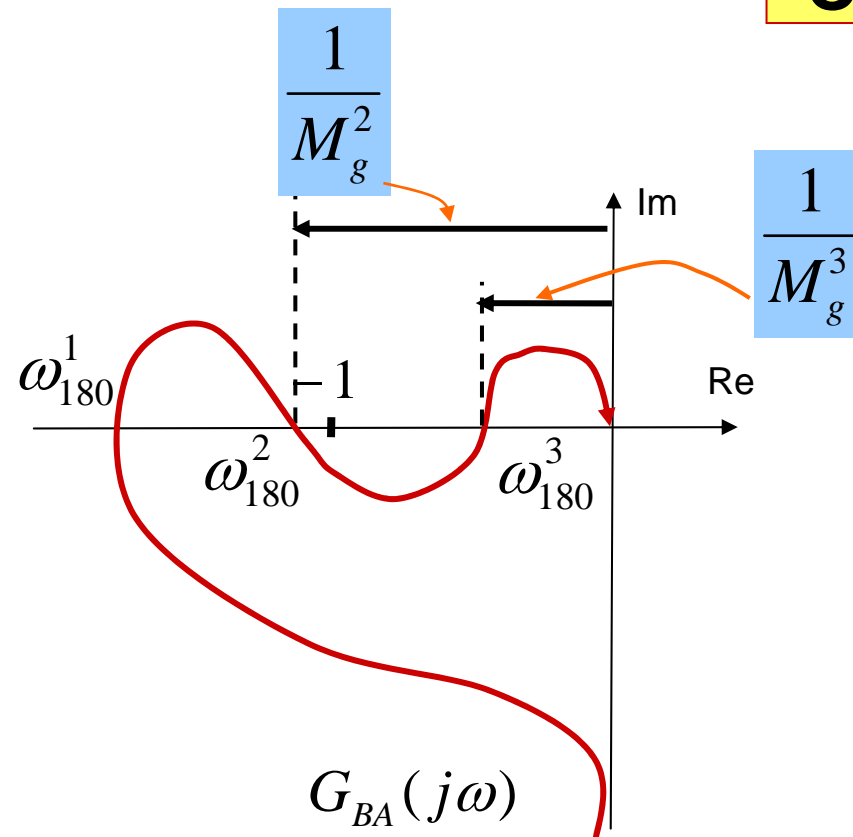
- **Sistemas con más de una ω_c :**

¿ M_f ?



Márgenes de ganancia y de fase

- **Sistemas con más de una ω_{180} :** **¿ M_g ?**



Márgenes de ganancia y de fase

- **Herramienta informática:**

Control Toolbox de Matlab

- `num= 1; den=conv([1 1 0],[0.1 1]);`
- `Gba=tf(num,den);`
- `margin(Gba);`
- `sisotool(Gba);`

$$G_{BA}(s) = \frac{1}{s(s+1)(0.1s+1)}$$

Resumen

- ✓ Los márgenes de estabilidad relativa permiten medir la proximidad de la inestabilidad en bucle cerrado.
- ✓ **En este curso:**
 - ✓ **Margen de ganancia:**

$$M_g = \frac{1}{|G_{BA}(j\omega_{180})|} \text{ donde } \omega_{180} \text{ t.q. } \angle G_{BA}(j\omega_{180}) = -180^\circ$$

- ✓ **Margen de fase:**

$$M_f = 180^\circ + \angle G_{BA}(j\omega_c) \text{ donde } \omega_c \text{ t.q. } |G_{BA}(j\omega_c)| = 1$$

- ✓ **$G_{BC}(s)$ estable $\Leftrightarrow M_f > 0^\circ$ y/o $M_g > 1$ (0dB)**
- ✓ **Hay que tener cuidado de cómo se aplican.**