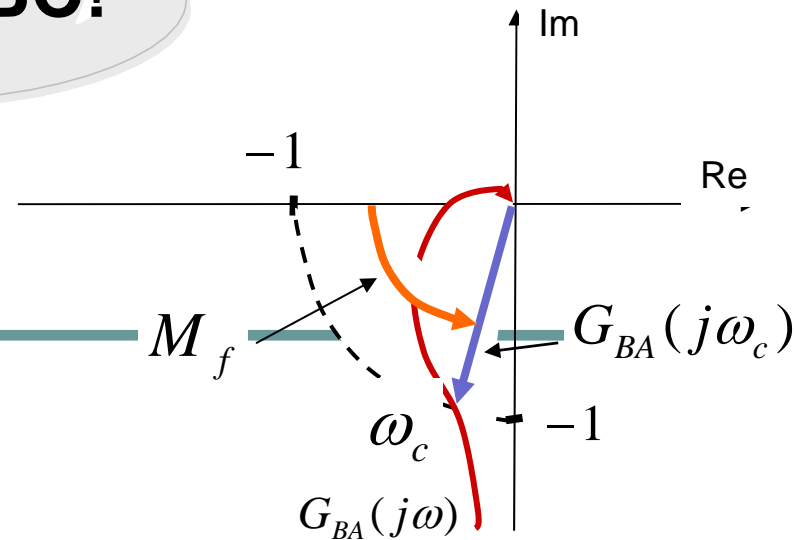


# Tema 6 (3): Márgenes de estabilidad relativa

¡BA  $\Rightarrow$  BC!



# Introducción

- **Criterio de Nyquist:**
  - **Estabilidad en bucle cerrado** a partir de propiedades de **bucle abierto**.
  - Basado en **modelo** de  $G(s)$  o en datos de la **respuesta frecuencial experimental**.
  - Aplicable a sistemas con **retardos**.
  - Criterio **gráfico**:
    - Proporciona **medida de la lejanía de la inestabilidad**.
    - **Incertidumbres**: dos sistemas son parecidos si sus respuestas frecuenciales son parecidas.

# Criterio de Nyquist

- **Enunciado:**

Un sistema en **BUCLE CERRADO** es **estable**

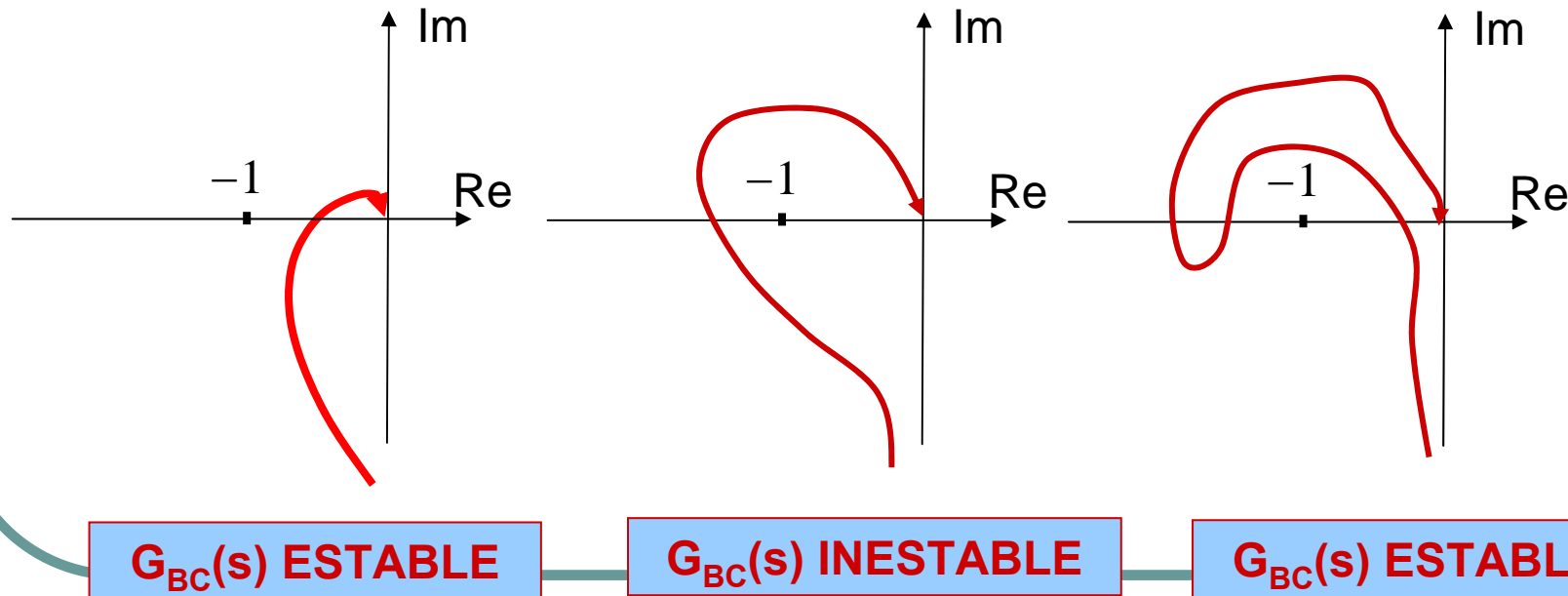


la imagen de  $G_{BA}(s)$  sobre el contorno de Nyquist rodea al **-1** en sentido **antihorario** tantas veces como **polos de  $G_{BA}(s)$**  haya en el **SPD abierto**.

# Criterio de Nyquist reducido

- **Enunciado:**

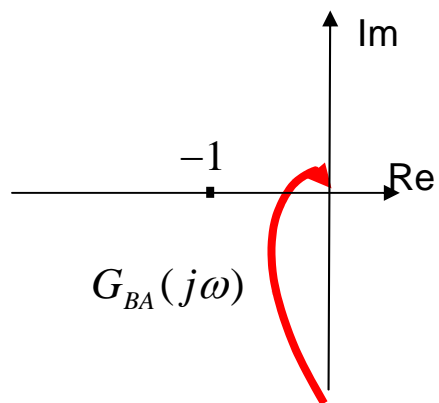
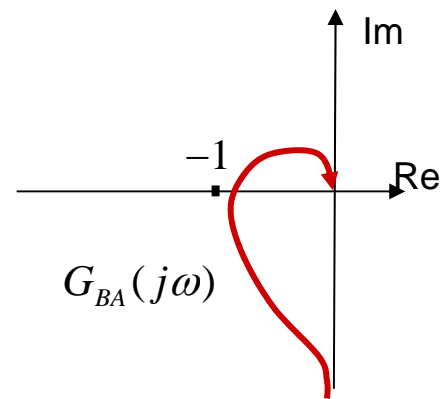
Si  $G_{BA}(s)$  no tiene polos en el SPD abierto,  $G_{BC}(s)$  es estable si y sólo si el Nyquist de  $G_{BA}(s)$  no engloba al  $-1$



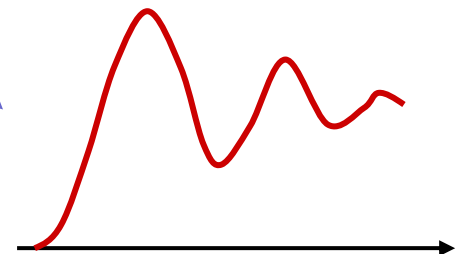
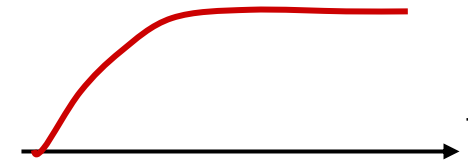
# Criterio de Nyquist reducido

- **Idea intuitiva:**

$G_{BC}(s)$  ESTABLE



RESPUESTAS EN B.C.



# Márgenes de estabilidad relativa

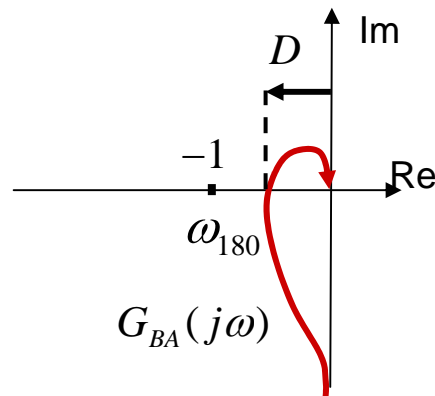
- **Permiten medir la proximidad de la inestabilidad.**
- **Necesarios por estabilidad frente incertidumbre y por comportamiento.**
- **En este curso:**
  - **Margen de ganancia**
  - **Margen de fase**
- Existen otras posibilidades (cursos de especialización).

Se miden en  $G_{BA}(s)$ , pero dan información de la estabilidad de  $G_{BC}(s)$

# Márgen de ganancia ( $M_G$ )

- **Definición:**

Variación relativa de la **ganancia** del sistema en bucle abierto para el sistema en bucle cerrado alcance el límite de la estabilidad



$$M_g = \frac{1}{D}$$

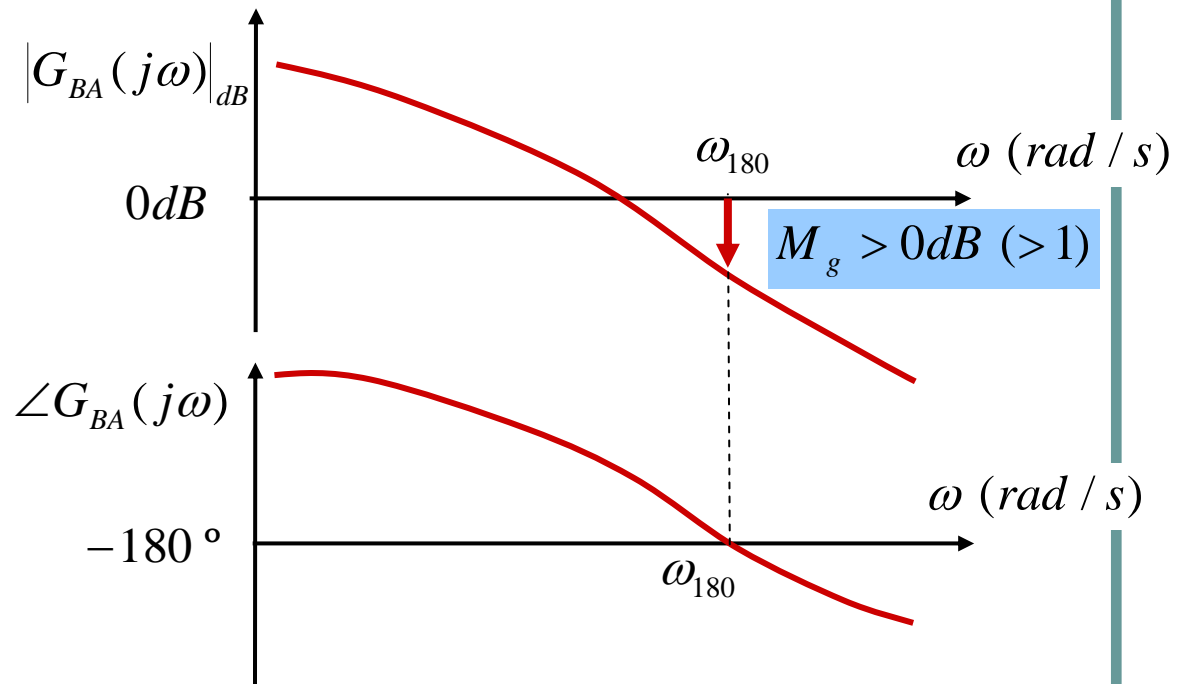
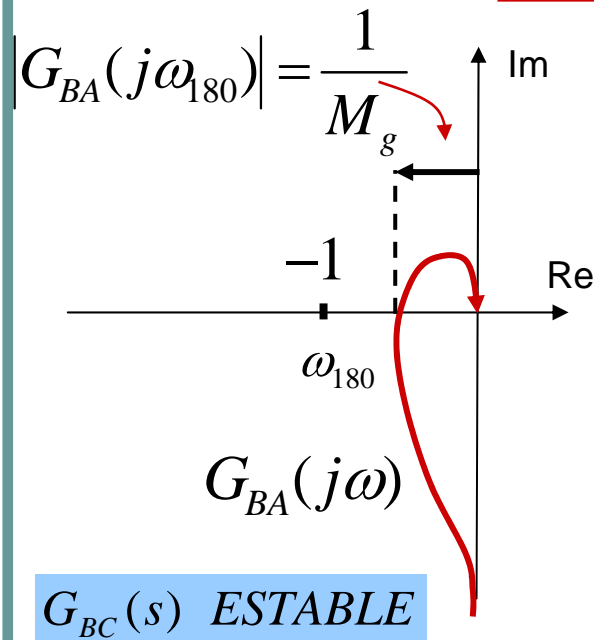
$$D = |G_{BA}(j\omega_{180})| \text{ donde } \omega_{180} \text{ t.q. } \angle G_{BA}(j\omega_{180}) = -180^\circ$$

Basado en Criterio de Nyquist reducido: válido sólo si  $G_{BA}(s)$  no tiene polos en el SPD abierto.

# Márgen de ganancia ( $M_g$ )

- Definición:**

$$M_g = \frac{1}{|G_{BA}(j\omega_{180})|} \text{ donde } \omega_{180} \text{ t.q. } \angle G_{BA}(j\omega_{180}) = -180^\circ$$



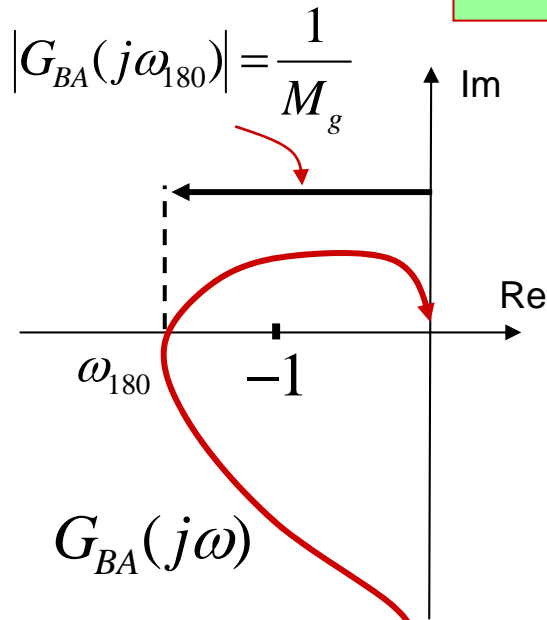
$$G_{BC}(s) \text{ ESTABLE} \Leftrightarrow M_g > 1 \text{ (0 dB)}$$



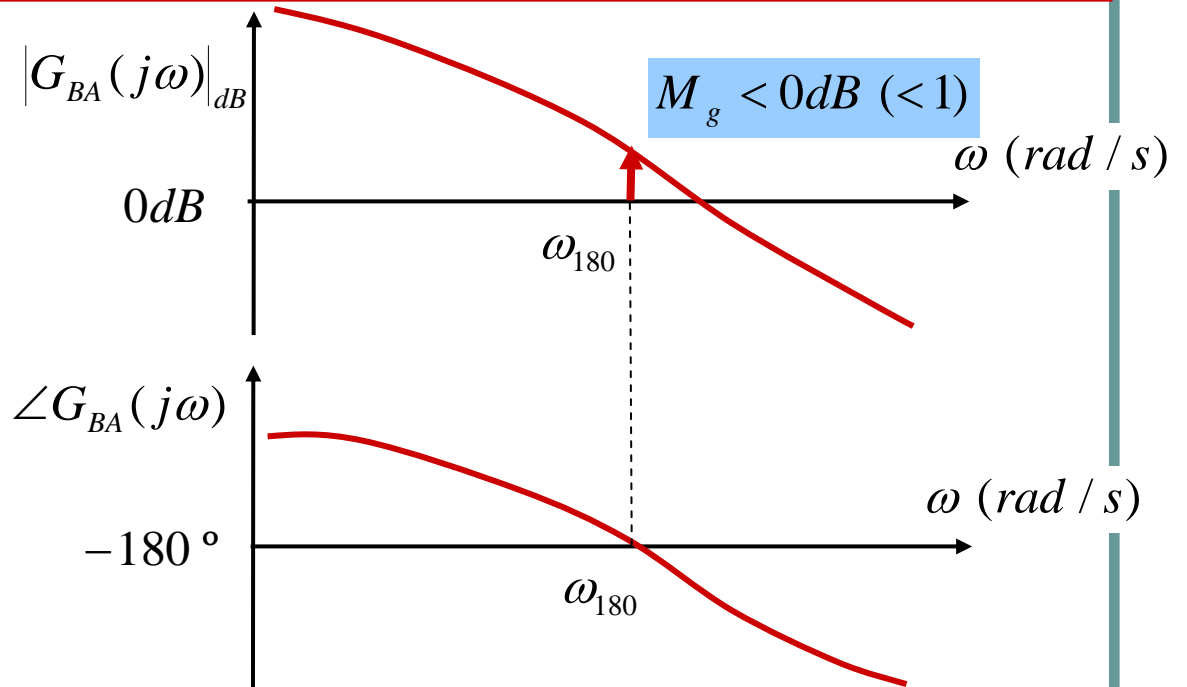
# Márgen de ganancia ( $M_g$ )

- Definición:**

$$M_g = \frac{1}{|G_{BA}(j\omega_{180})|} \text{ donde } \omega_{180} \text{ t.q. } \angle G_{BA}(j\omega_{180}) = -180^\circ$$



$G_{BC}(s)$  INESTABLE

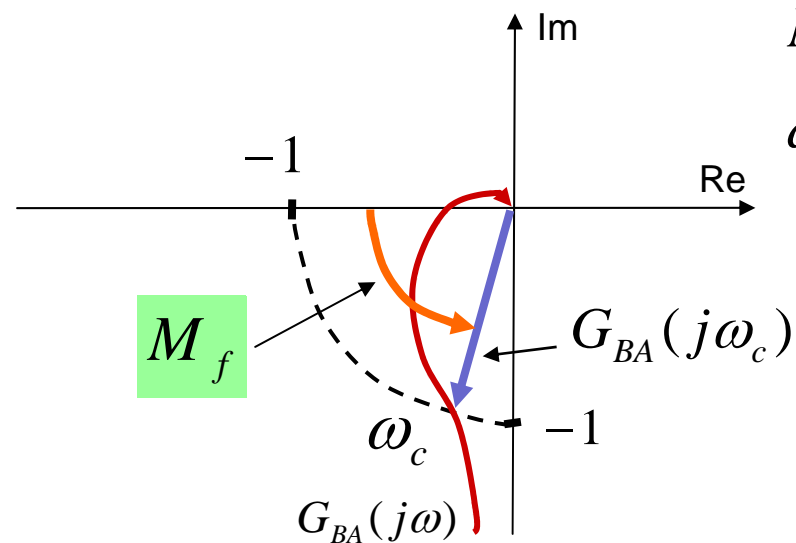


$G_{BC}(s)$  ESTABLE  $\Leftrightarrow M_g > 1$  (0 dB)

# Márgen de fase ( $M_f$ )

- **Definición:**

Variación relativa de la **fase** del sistema en bucle abierto para el sistema en bucle cerrado alcance el límite de la estabilidad



$$M_f = 180^\circ + \angle G_{BA}(j\omega_c)$$

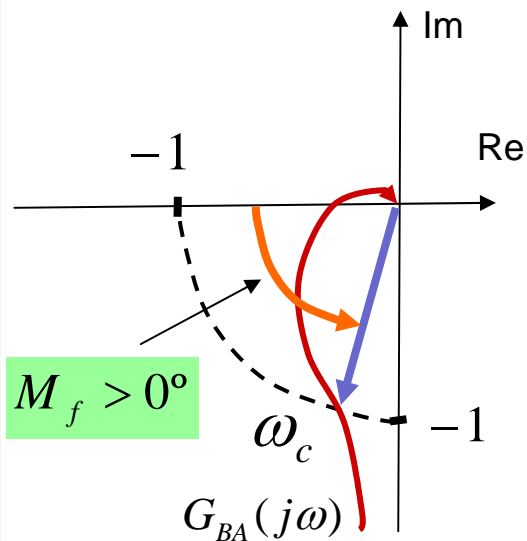
$$\text{donde } \omega_c \text{ t.q. } |G_{BA}(j\omega_c)| = 1$$

Basado en Criterio de Nyquist reducido: válido sólo si  $G_{BA}(s)$  no tiene polos en el SPD abierto.

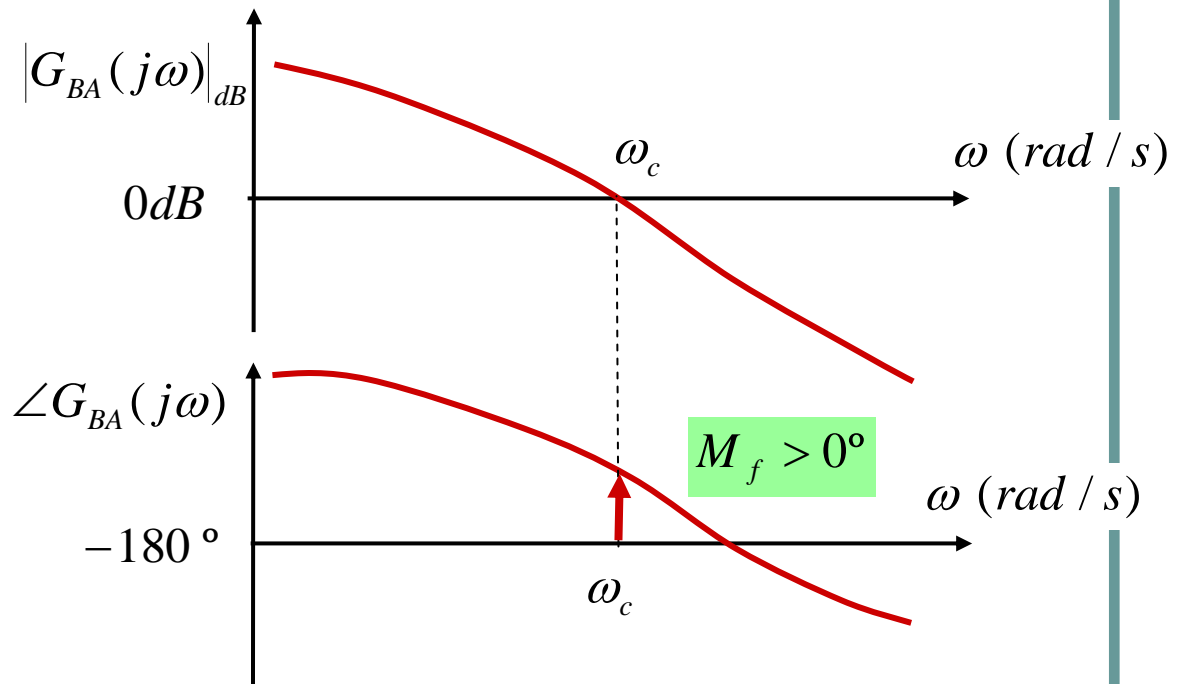
# Márgen de fase ( $M_f$ )

- Definición:

$$M_f = 180^\circ + \angle G_{BA}(j\omega_c) \text{ donde } \omega_c \text{ t.q. } |G_{BA}(j\omega_c)| = 1$$



$G_{BC}(s)$  ESTABLE



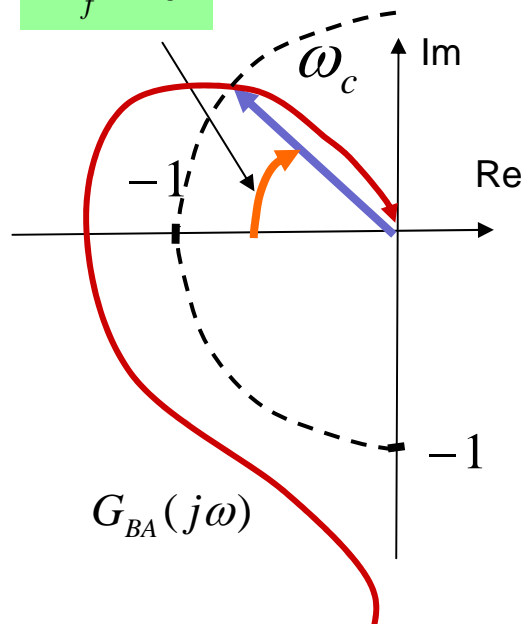
$$G_{BC}(s) \text{ ESTABLE} \Leftrightarrow M_f > 0^\circ$$

# Márgen de fase ( $M_f$ )

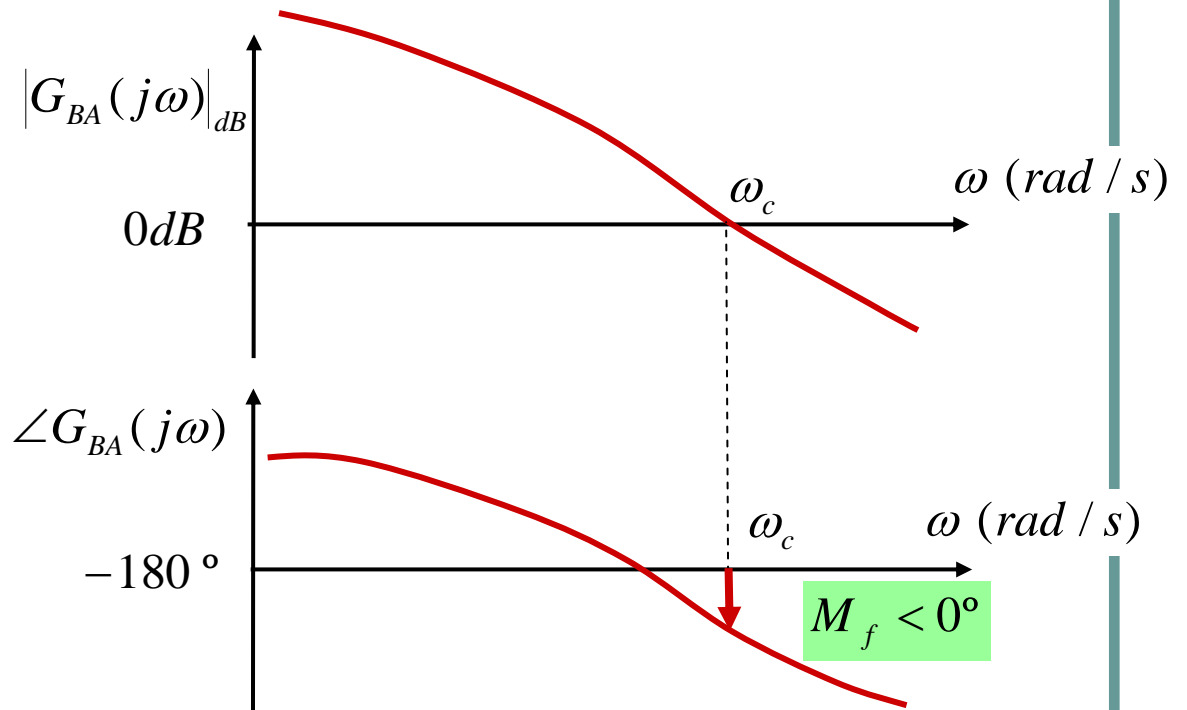
- Definición:**

$$M_f = 180^\circ + \angle G_{BA}(j\omega_c) \text{ donde } \omega_c \text{ t.q. } |G_{BA}(j\omega_c)| = 1$$

$$M_f < 0^\circ$$



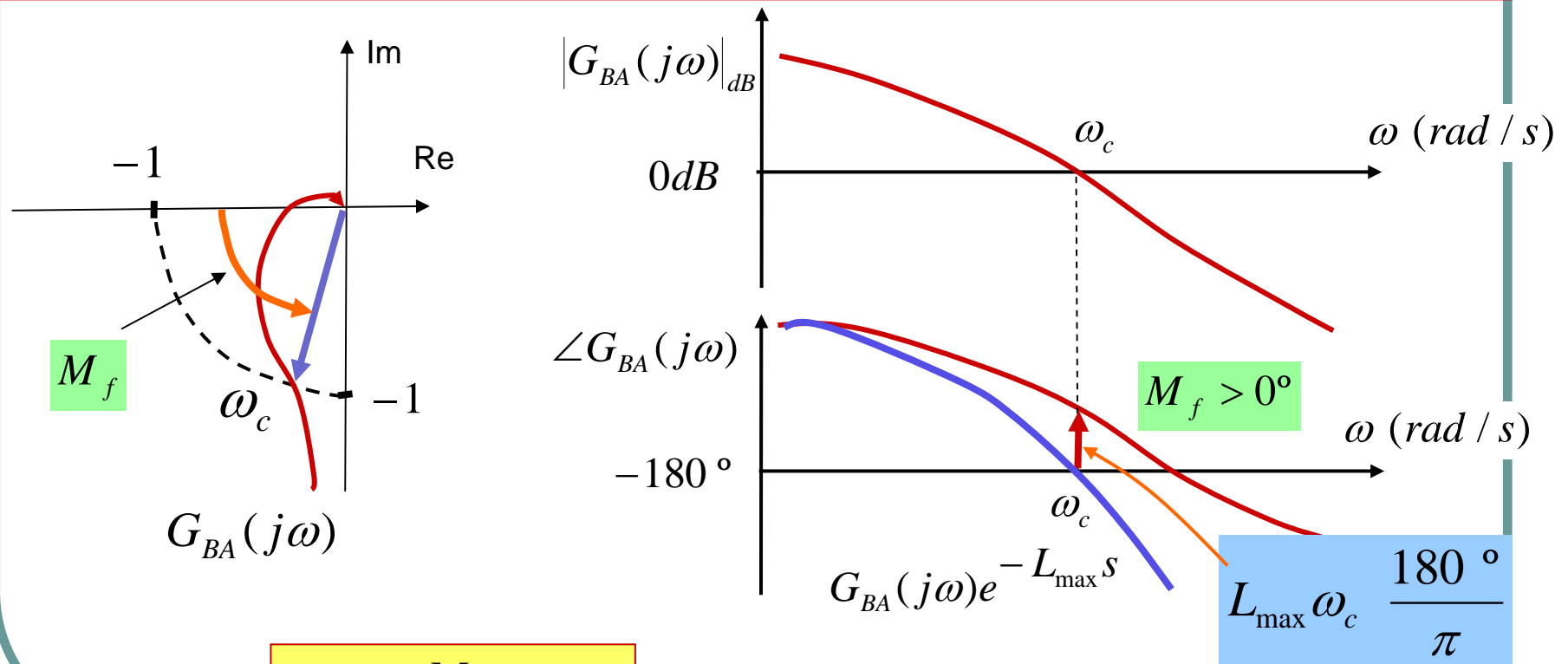
$G_{BC}(s)$  INESTABLE



$$G_{BC}(s) \text{ ESTABLE} \Leftrightarrow M_f > 0^\circ$$

# Márgen de fase ( $M_f$ )

¿Cuál es el máximo retardo  $L_{\max}$  que se puede introducir a un sistema en b.a. antes de que el b.c. se inestabilice?



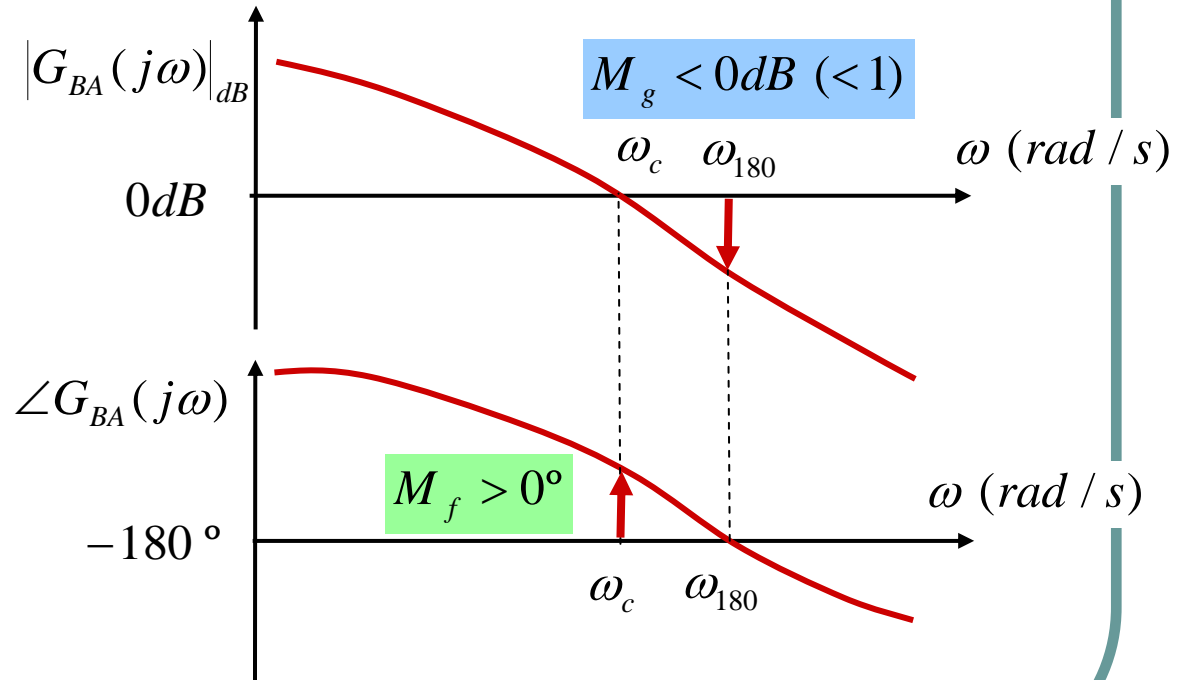
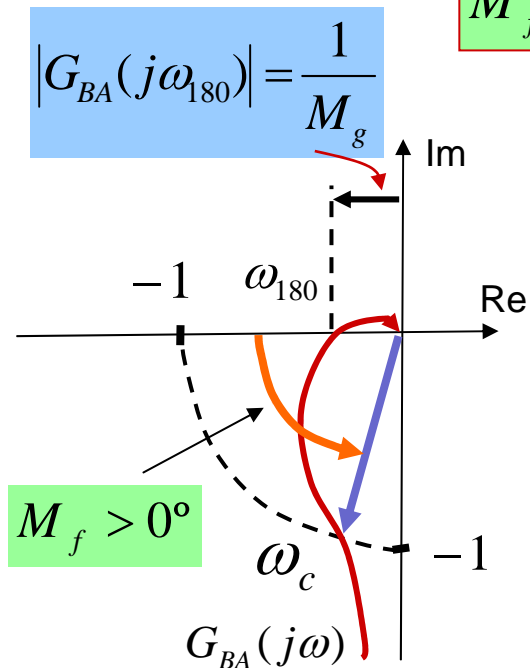
$$L_{\max} = \frac{M_f 180^\circ}{\omega_c \pi}$$

# Márgenes de ganancia y de fase

- Definición:**

$$M_g = \frac{1}{|G_{BA}(j\omega_{180})|} \text{ donde } \omega_{180} \text{ t.q. } \angle G_{BA}(j\omega_{180}) = -180^\circ$$

$$M_f = 180^\circ + \angle G_{BA}(j\omega_c) \text{ donde } \omega_c \text{ t.q. } |G_{BA}(j\omega_c)| = 1$$



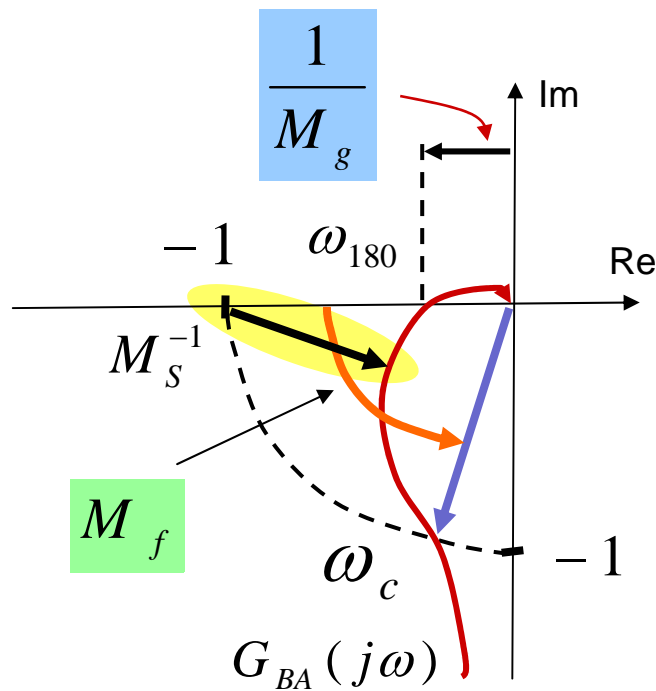
**$G_{BC}(s)$  ESTABLE  $\Leftrightarrow M_f > 0^\circ$  y/o  $M_g > 1$  (0dB)**

# Márgenes de ganancia y de fase

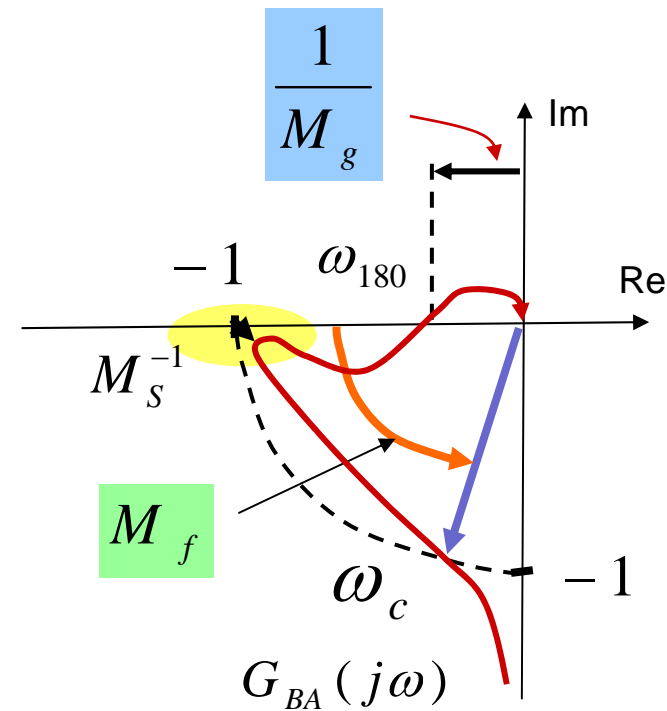
- **Valores orientativos:**
  - **$M_f > 30^\circ$**  (por robustez  $M_f > 50^\circ$ )
  - **$M_g > 2$**
- **No son equivalentes numéricamente:**
  - **Ejemplos:**
    - **Sistema de primer orden:  $M_g = \infty$  ,  $M_f > 90^\circ$**
    - **Sistema de segundo orden:  $M_g = \infty$  ,  $M_f > 0^\circ$**

# Márgenes de ganancia y de fase

- **No siempre son buena medida de robustez:**



MUY ROBUSTO



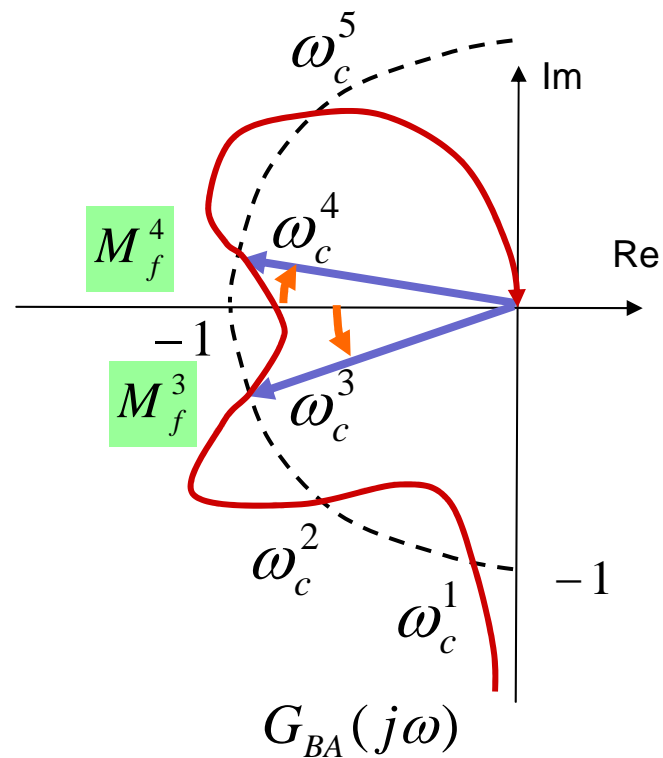
POCO ROBUSTO



# Márgenes de ganancia y de fase

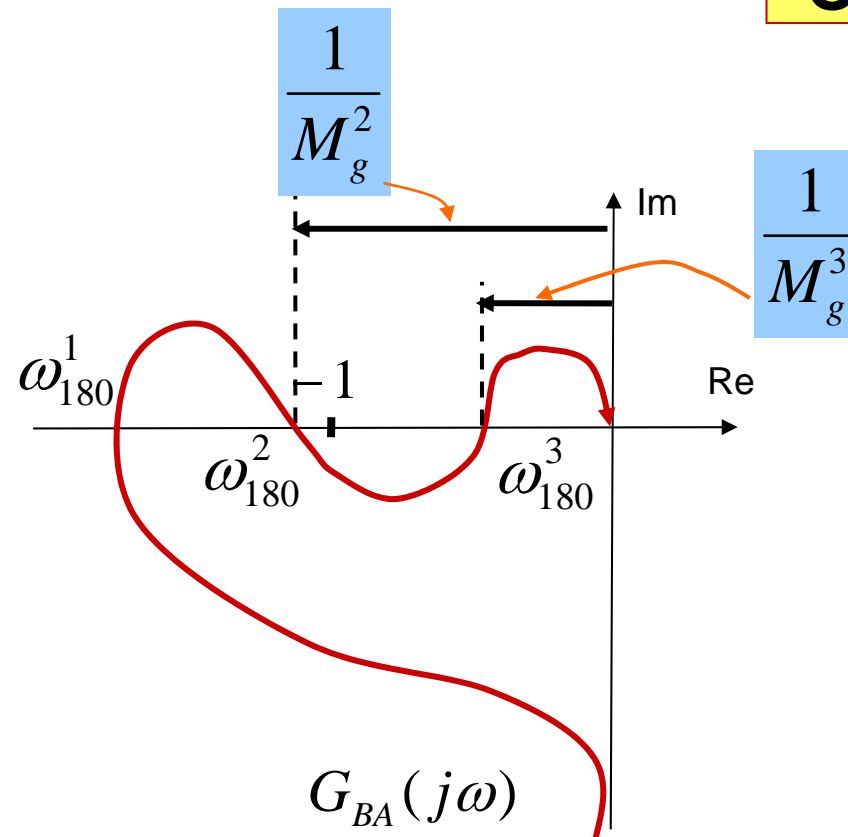
- **Sistemas con más de una  $\omega_c$ :**

¿  $M_f$  ?



# Márgenes de ganancia y de fase

- **Sistemas con más de una  $\omega_{180}$ :** **¿  $M_g$  ?**



# Márgenes de ganancia y de fase

- **Herramienta informática:**

## Control Toolbox de Matlab

- `num= 1; den=conv([1 1 0],[0.1 1]);`
- `Gba=tf(num,den);`
- `margin(Gba);`
- `sisotool(Gba);`

$$G_{BA}(s) = \frac{1}{s(s+1)(0.1s+1)}$$

# Resumen

- ✓ Los márgenes de estabilidad relativa permiten medir la proximidad de la inestabilidad en bucle cerrado.
- ✓ **En este curso:**
  - ✓ **Margen de ganancia:**

$$M_g = \frac{1}{|G_{BA}(j\omega_{180})|} \text{ donde } \omega_{180} \text{ t.q. } \angle G_{BA}(j\omega_{180}) = -180^\circ$$

- ✓ **Margen de fase:**

$$M_f = 180^\circ + \angle G_{BA}(j\omega_c) \text{ donde } \omega_c \text{ t.q. } |G_{BA}(j\omega_c)| = 1$$

- ✓  **$G_{BC}(s)$  estable  $\Leftrightarrow M_f > 0^\circ$  y/o  $M_g > 1$  (0dB)**
- ✓ **Hay que tener cuidado de cómo se aplican.**