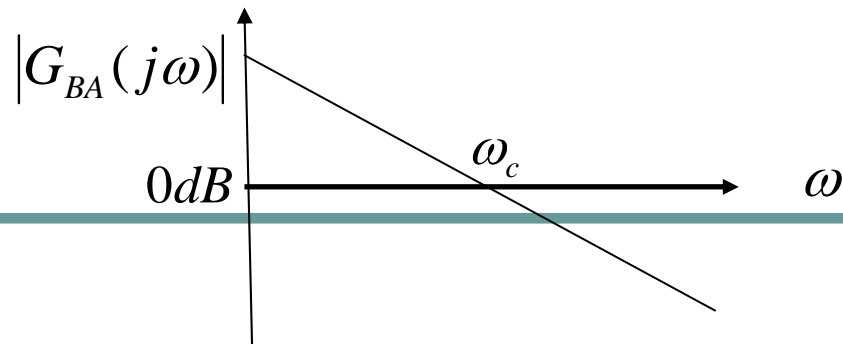
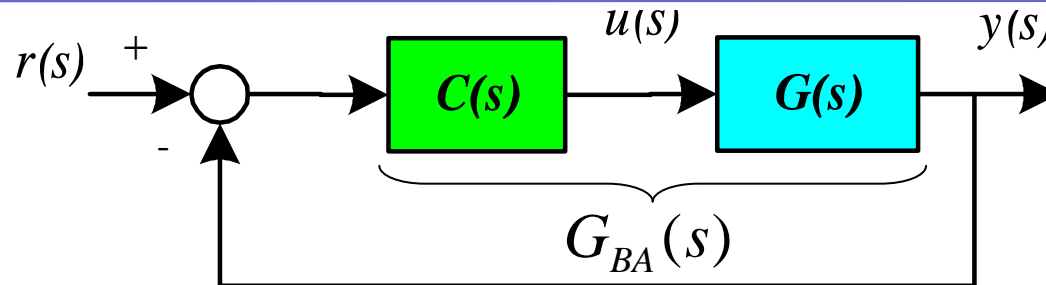


# Tema 6 (5): Análisis frecuencial de los controladores básicos

P, PD, PI, PID



# Introducción



$$\frac{y(s)}{r(s)} = G_{BC}(s) = \frac{1}{1 + G(s)C(s)} = \frac{1}{1 + G_{BA}(s)}$$

## Controladores básicos

**P:**

$$C(s) = K_P$$

**PI:**

$$C(s) = K_P \frac{T_I s + 1}{T_I s}$$

**PD:**

$$C(s) = K_P (T_D s + 1)$$

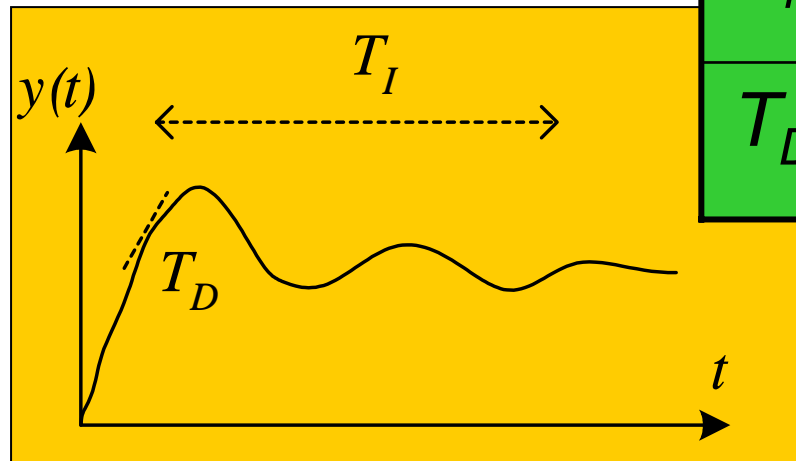
**PID:**

$$C(s) = K_P \frac{T_I T_D s^2 + T_I s + 1}{T_I s}$$

# Introducción

- Parámetros del PID:

Respuesta temporal típica



## RESUMEN

|                | $t_s$                | SO           | $e_{rp}$     |
|----------------|----------------------|--------------|--------------|
| $K_P \uparrow$ | $\downarrow$         | $\uparrow$   | $\downarrow$ |
| $T_i \uparrow$ | $\uparrow$           | $\downarrow$ | $\uparrow$   |
| $T_D \uparrow$ | $\approx \downarrow$ | $\downarrow$ | $\approx$    |

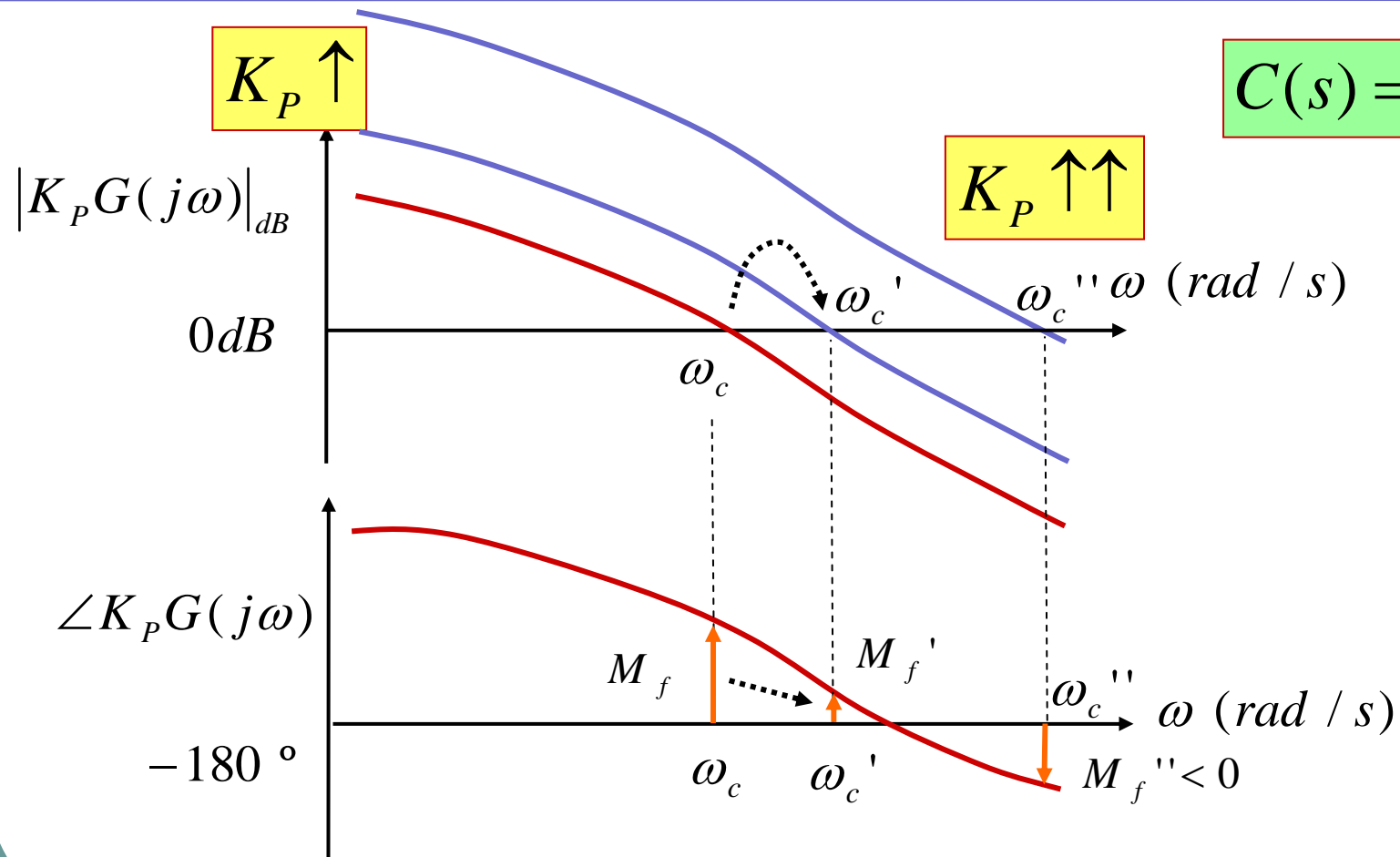
$$T_I > T_D$$

# Introducción

- Especificaciones para seguimiento de referencias:

|                     | <u>frecuencia</u>                 |                   | <u>tiempo</u>          |
|---------------------|-----------------------------------|-------------------|------------------------|
| <b>Transitorio:</b> | $\omega_c \uparrow$               | $\Leftrightarrow$ | $t_s^{bc} \downarrow$  |
|                     | $M_f \uparrow$                    | $\Leftrightarrow$ | $S.O.(\%) \downarrow$  |
| <b>Permanente:</b>  | $ G_{BA}(j\omega) _{bf} \uparrow$ | $\Leftrightarrow$ | $e_{rp}(t) \downarrow$ |

# Controlador P (Proporcional)



# Controlador P (proporcional)

$$K_P \uparrow$$

• Coef. estáticos de error  $\uparrow \Rightarrow e_{rp} \downarrow$  (Si B.C. ESTABLE)

•  $\omega_c \uparrow \Rightarrow t_s \downarrow$

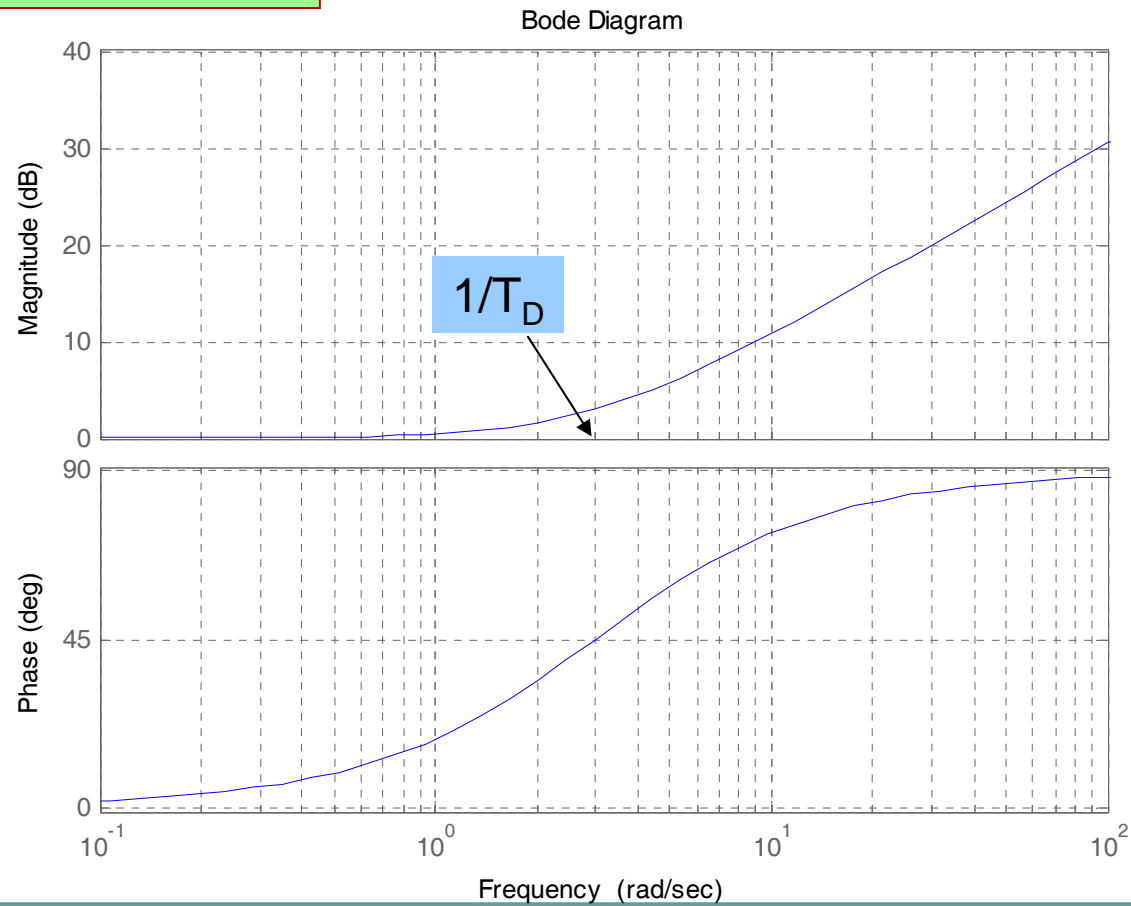
•  $M_f \downarrow \Rightarrow SO \uparrow$

**1 parámetro**

**sisotool**

# Control PD

$$C(s) = K_P (T_D s + 1)$$

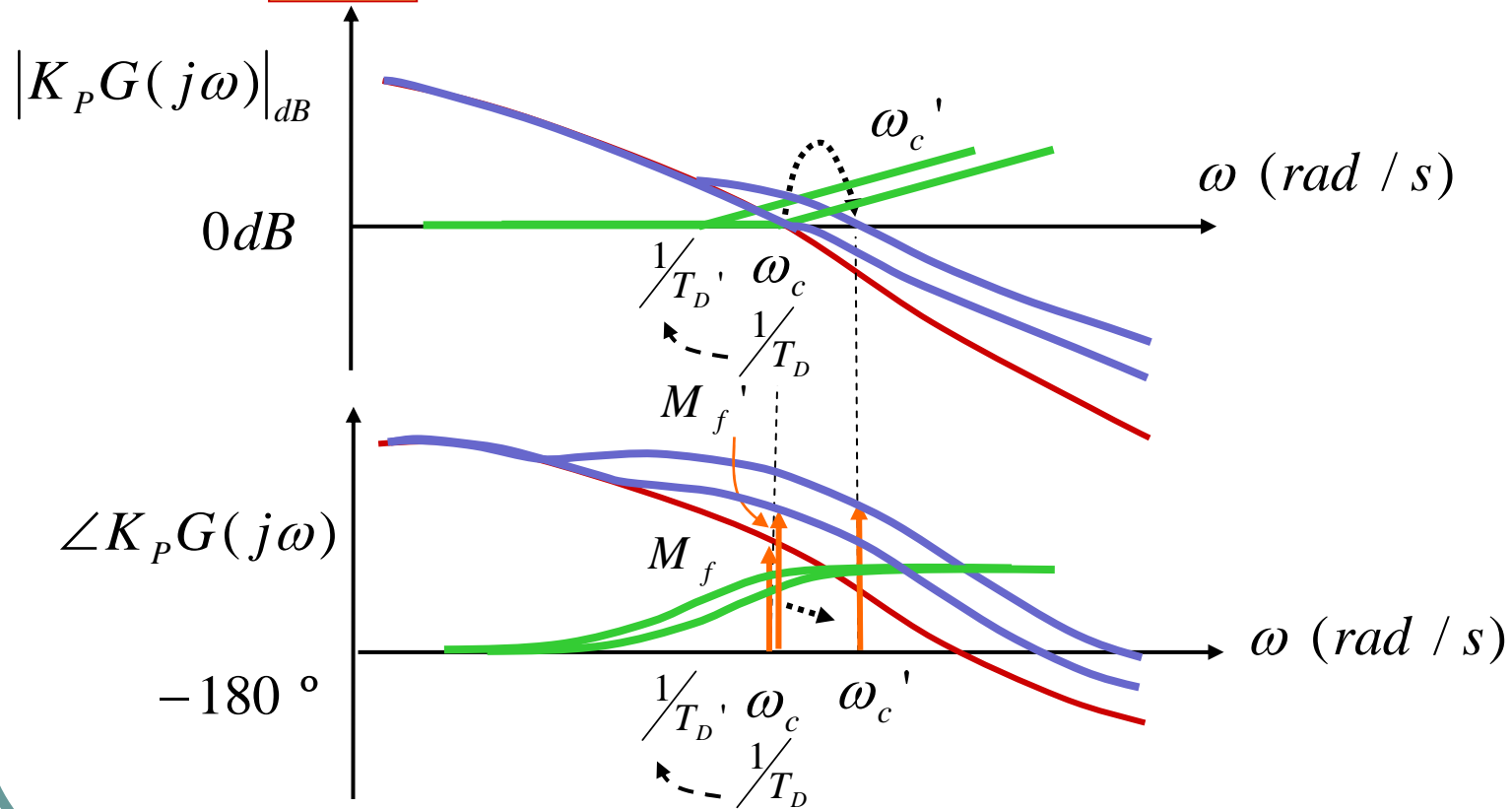


# Controlador PD

$T_D$

$T_D \uparrow$

$$C(s) = K_P (T_D s + 1)$$





# Controlador PD

$$T_D \uparrow$$

• Coef. estáticos de error  $\Rightarrow e_{rp} =$  (Si B.C. ESTABLE)

•  $\omega_c \approx \uparrow \Rightarrow t_s \approx \downarrow$

**2 parámetros**

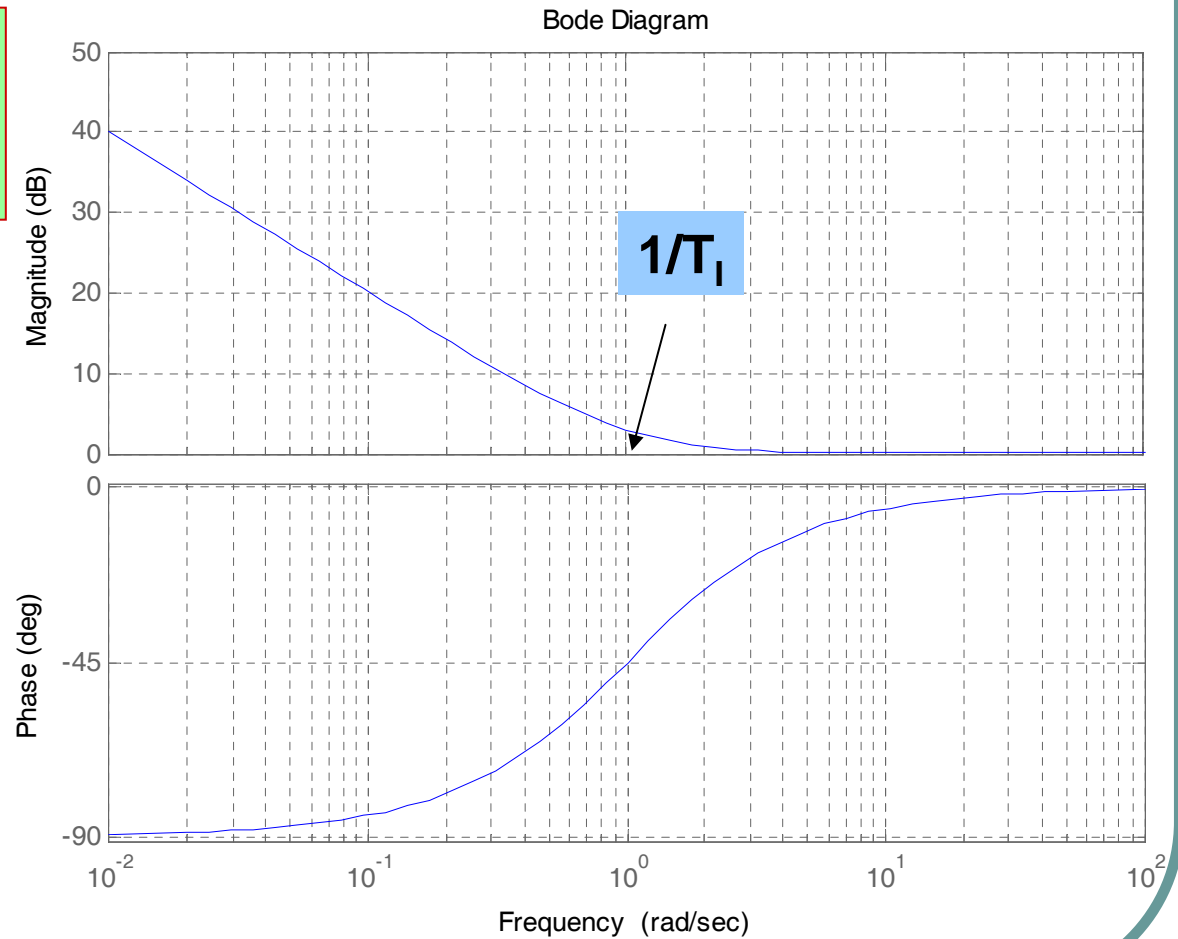
•  $M_f \uparrow \Rightarrow SO \downarrow$

**sisotool**

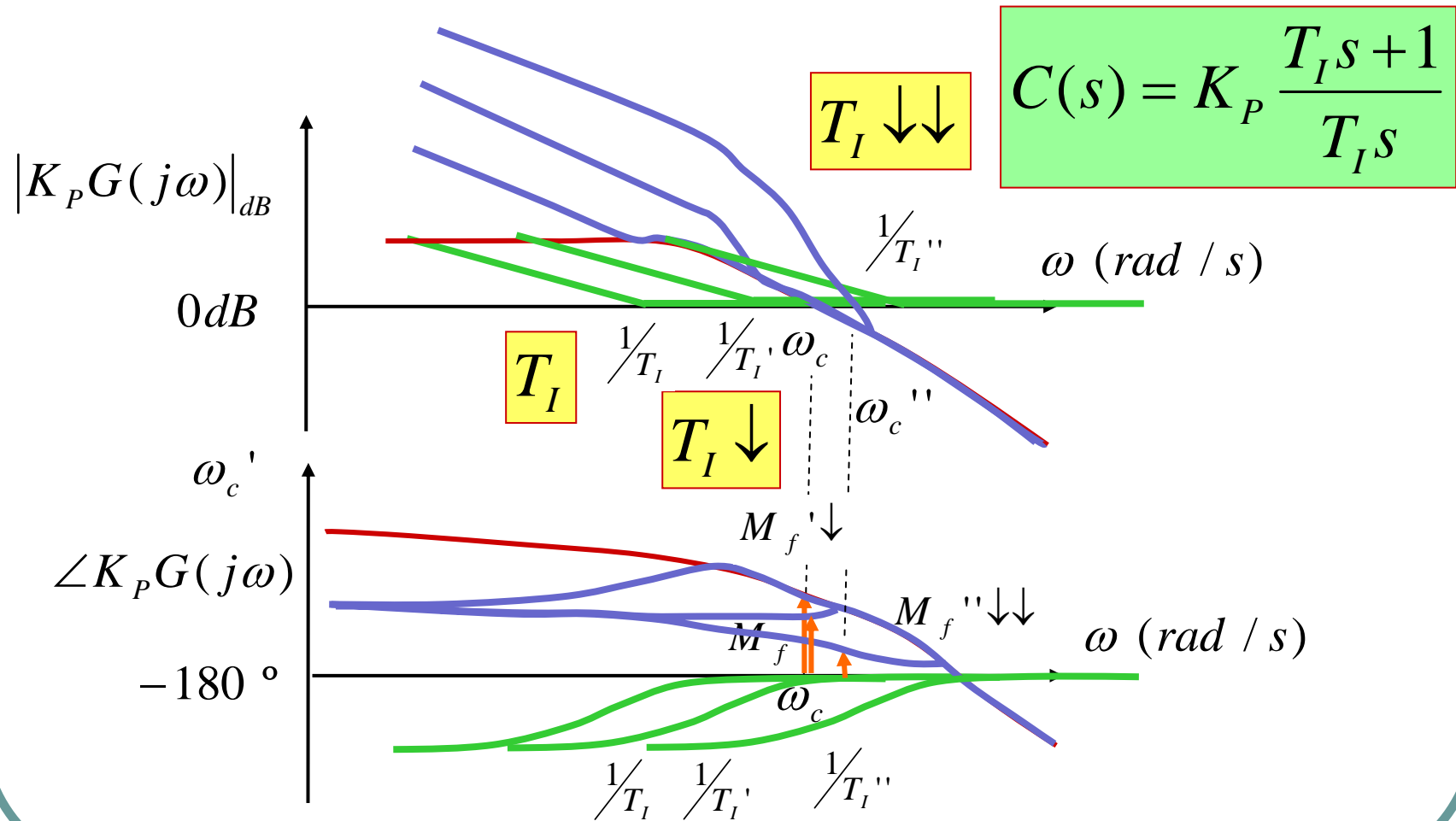
# Control PI

$$C(s) = K_P \frac{T_I s + 1}{T_I s}$$

Aumenta  
el tipo de  
 $G_{BA}(s)$



# Controlador PI



# Controlador PI

$$T_I \downarrow$$

• Coef. estáticos de error  $\uparrow \Rightarrow e_{rp} \downarrow$  (Si B.C. ESTABLE)

•  $\omega_c \approx \uparrow \Rightarrow t_s \approx \downarrow$

•  $M_f \downarrow \Rightarrow SO \uparrow$

**2 parámetros**

**sisotool**

# Control PID

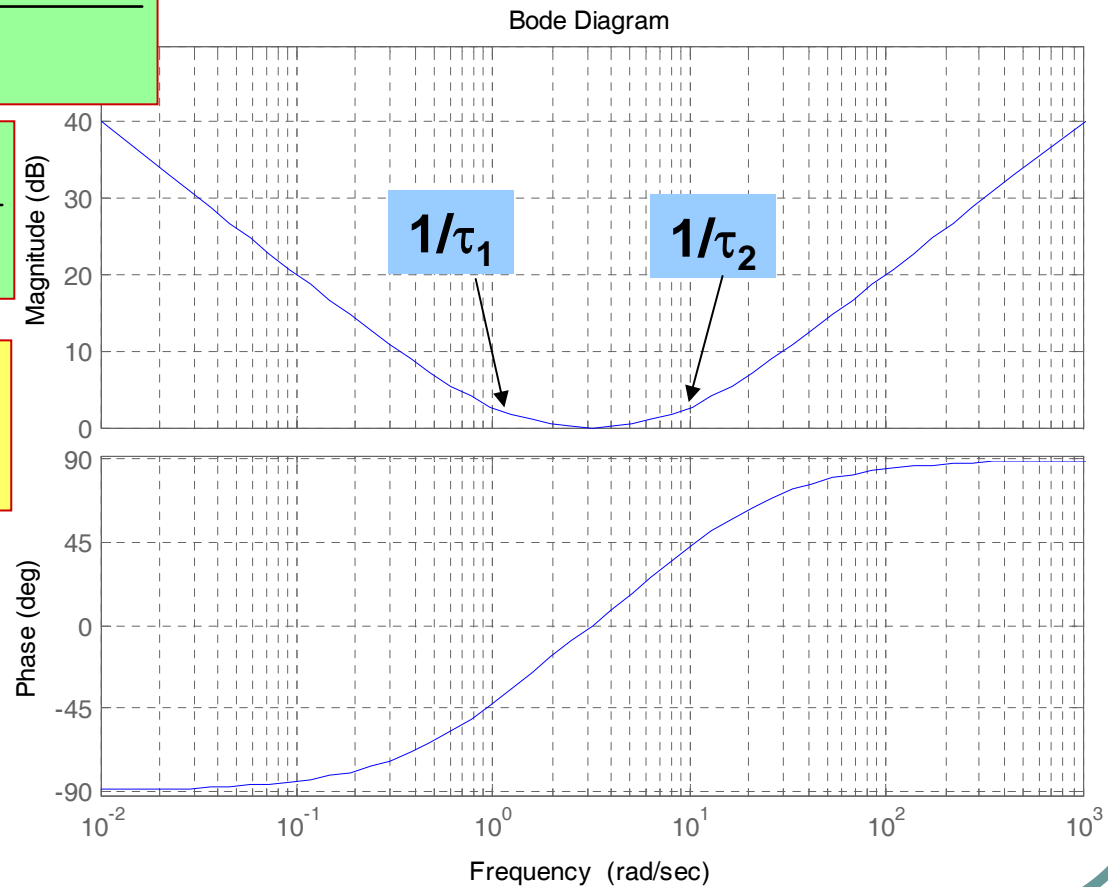
$$C(s) = K_P \frac{T_I T_D s^2 + T_I s + 1}{T_I s}$$

$$= K_P \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{T_I s}$$

$$\neq K_P \frac{(T_I s + 1)(T_D s + 1)}{T_I s}$$

$\tau_1$  como  $T_I$  del PI

$\tau_2$  como  $T_D$  del PD



# Control PID

$$C(s) = K_P \frac{T_I T_D s^2 + T_I s + 1}{T_I s}$$

$$= K_P \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{T_I s}$$

$$\neq K_P \frac{(T_I s + 1)(T_D s + 1)}{T_I s}$$

$$\tau_1 \gg \tau_2$$

$\Rightarrow$

$$\tau_1 \approx T_I$$

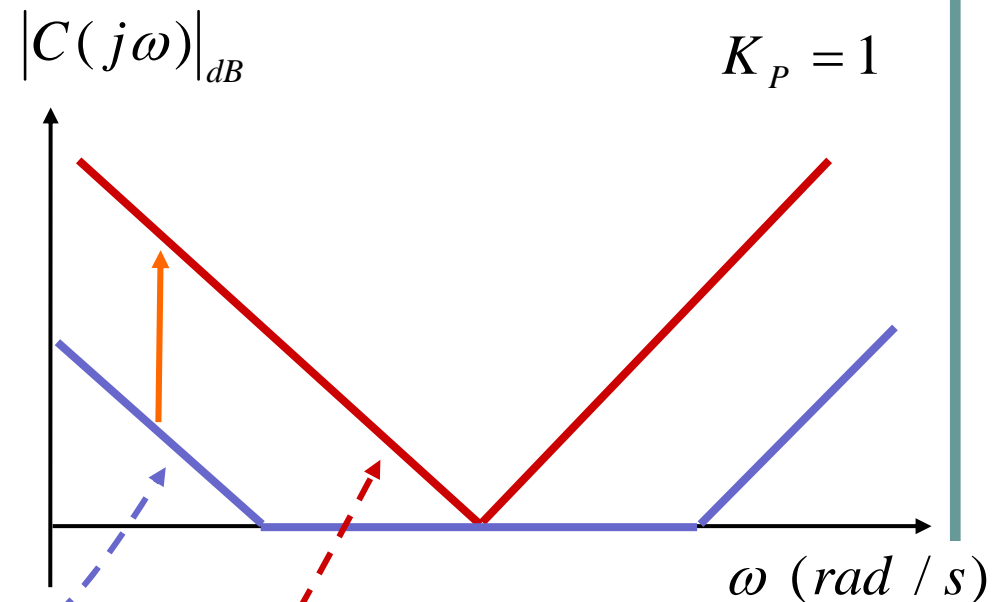
$$\tau_2 \approx T_D$$

$$\tau_1 = \tau_2$$

$\Rightarrow$

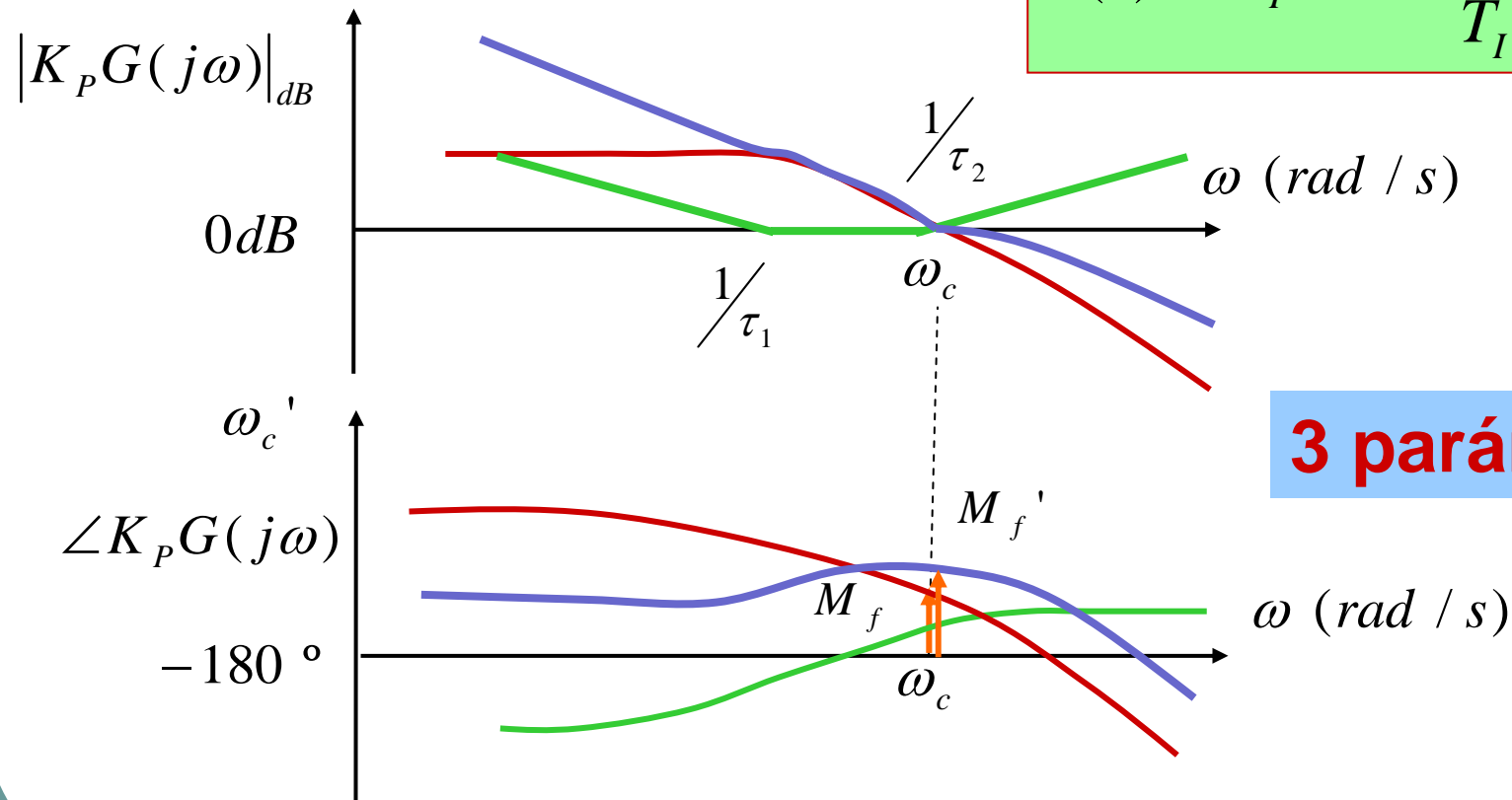
$$T_I = 4T_D$$

**Z-N**



# Controlador PID

$$C(s) = K_P \frac{T_I T_D s^2 + T_I s + 1}{T_I s}$$



**3 parámetros**

# Controlador PID

- Ejemplo de procedimiento de ajuste:

1. Ajuste del margen de fase:  $\varphi_{des} = M_f^{des} - M_f^{act}$

$$C_1(s) = \frac{(\tau s + 1)^2}{\tau s} \quad \text{Dos ceros iguales}$$

$$\varphi_{des} = \angle C_1(j\omega_c) = \frac{(\tau j\omega_c + 1)^2}{\tau j\omega_c} = 2\arctg(\tau\omega_c) - 90^\circ \Rightarrow \tau$$

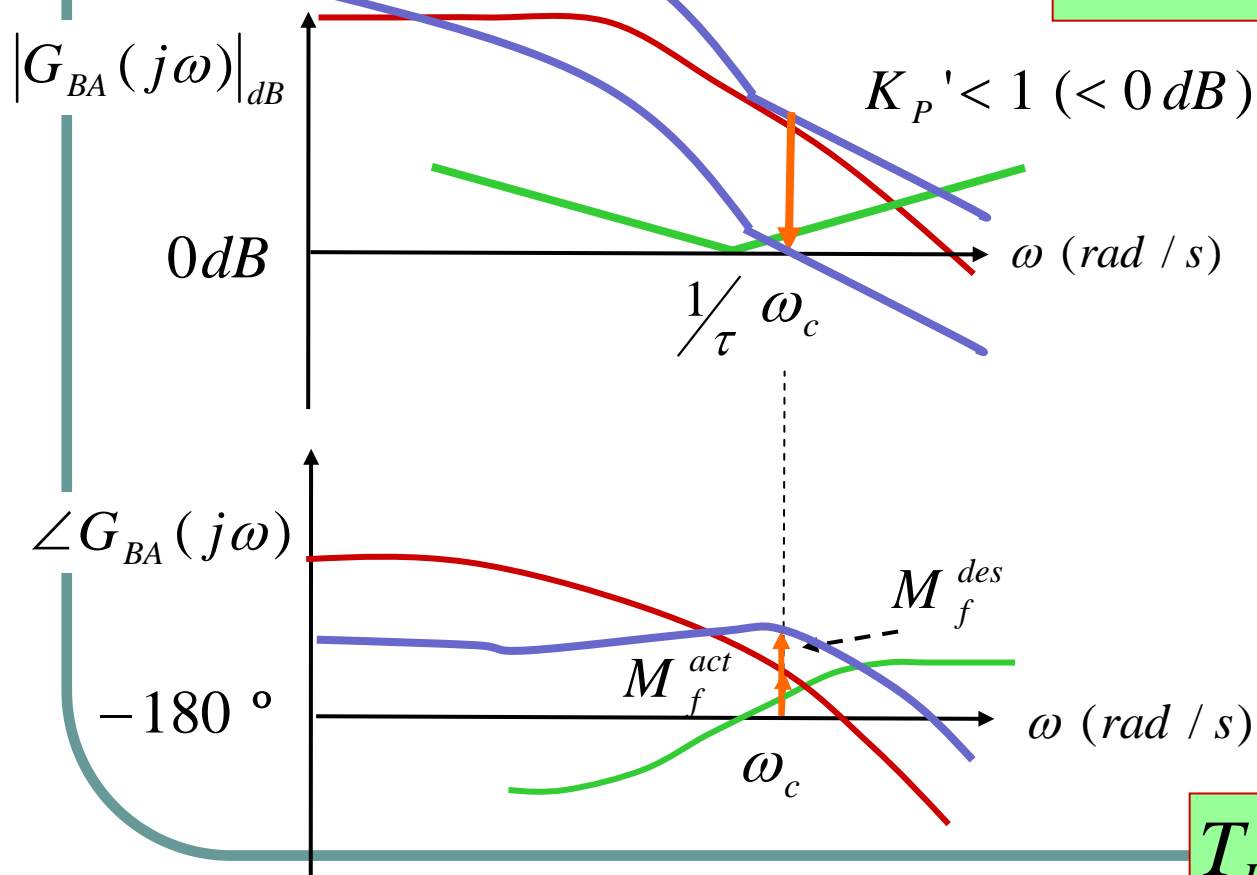
2. Ajuste de frecuencia de corte:

$$C_2(s) = K_P' C_1(s) = K_P' \frac{(\tau s + 1)^2}{\tau s} \quad \omega_c \Rightarrow K_P'$$



# Controlador PID

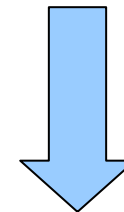
$$C_2(s) = K_P' C_1(s) = K_P' \frac{(\tau s + 1)^2}{\tau s}$$



$$t_s^{bc} \Rightarrow \omega_c$$

$$S0 \Rightarrow M_f^{des} \Rightarrow$$

$$\varphi_{des} = M_f^{des} - M_f^{act}$$



$T_I, T_D, K_P$  del PID

# Resumen

- ✓ Se ha justificado en el dominio frecuencial cómo afectan las variaciones de los parámetros de un PID.
- ✓ La ganancia de puede utilizar para ajustar la frecuencia de corte.
- ✓ El cero de un PD se debe diseñar en torno a la frecuencia de corte deseada.
- ✓ Un PI mejora el régimen permanente, pero su cero puede afectar al margen de fase.
- ✓ El PID es una combinación entre el PD y el PI.
- ✓ Se ha presentado un ejemplo de procedimiento de ajuste de un PID.